ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 27 OCTOBRE 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** informe l'Académie qu'à l'occasion de la fête de la Toussaint, la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 3 novembre au lieu du lundi 1er. D'autre part, à titre exceptionnel, la séance sera ouverte à 16h, au lieu de 15h, afin que les Membres de l'Académie qui le désireraient puissent assister à la séance annuelle des prix de l'Académie des Beaux-Arts.

M. **Albert Pérard** fait connaître à l'Académie les principaux résultats de la 9e Conférence Générale des Poids et Mesures, qui vient de tenir sa session du 12 au 21 octobre; le Comité International, qui avait mission de la préparer et de la conseiller, s'est réuni du 5 au 22 octobre.

La Conférence était présidée statutairement par le Président de l'Académie des Sciences, M. Henri Villat; pour certaines séances, la présidence a été assurée par le chef de la délégation française, M. Louis de Broglie. Sur les 33 états signataires de la Convention du Mètre, 28 Gouvernements avaient envoyé des délégués plénipotentiaires, au nombre de 55; le membre allemand du Comité International, membre de droit de la Conférence, était également présent. Accueillie à sa séance inaugurale dans le grand Salon de l'Horloge par le Ministre des Affaires Étrangères en personne, la Conférence a tenu ensuite quatre séances de travail au Pavillon de Breteuil.

Conformément à une obligation traditionnelle de pure forme, elle a d'abord sanctionné les plus importantes opérations métrologiques qui ont été exécutées depuis 1933, date de la précédente session: dernières déterminations de la première vérification des Mètres prototypes nationaux, et opérations en cours de la deuxième vérification des Kilogrammes nationaux.

A la présentation des expériences préparées pour la mesure absolue de l'accélération de la pesanteur, elle a marqué son vif intérêt par une Résolution spéciale. Elle a reçu le compte rendu des études faites et à faire sur les raies spectrales simples d'éléments qu'on pourrait appeler monobares : le mer-

cure 198, issu de l'or bombardé par des neutrons, et les kryptons 84 et 86, respectivement épurés de leurs isotopes, raies dont les longueurs d'onde sont susceptibles de constituer, dans un avenir plus ou moins éloigné, l'étalon international de longueur.

Le changement dans les définitions des unités électriques et photométriques, pour lequel la Conférence précédente avait donné tous pouvoirs au Comité, et réalisé par celui-ci au 1er janvier 1948, a été formellement confirmé.

Sur plusieurs points, la Conférence a apporté son accord officiel à des Résolutions que l'Union Internationale de Physique avait prises au mois de juillet, modifiant légèrement certaines des propositions du Comité Consultatif de Thermométrie et Calorimétrie du mois de mai : échelle thermométrique à un seul point fixe en dehors du zéro absolu, ce point fixe étant le point triple de l'eau; constitution du joule comme unité de chaleur; noms et symboles des principales unités; manière d'écrire les nombres sans rien entre les tranches de trois chiffres qu'un simple intervalle. Répondant encore à l'appel de cette Union, elle a chargé son Comité d'ouvrir une enquête officielle sur la possibilité et la manière d'établir un système international pratique d'unités : Mètre, Kilogramme (masse), Seconde, en prenant pour base de discussion un document remis par la Délégation française.

L'Échelle internationale des Températures, qui était en gestation depuis un grand nombre d'années, a été adoptée dans tous les détails qu'avait fixés le Comité Consultatif.

Sur la proposition du Bureau des Longitudes de Paris, la façon d'énoncer les nombres supérieurs au milliard a été unifiée pour les pays d'Europe, par la règle mnémotechnique : $10^{6N} = (N)$ illions.

Les récents progrès du Système Métrique ont été brièvement exposés.

Le Professeur Isnardi, Membre de l'Académie de Buenos-Aires, a été élu membre du Comité International.

Après avoir voté pour l'avenir une légère majoration de la dotation du Bureau International, les membres de la Conférence ont approuvé à l'unanimité les premiers projets, présentés par la Délégation soviétique et par la Délégation suisse, d'une extension future du domaine d'activité du Bureau International, avec un accroissement corrélatif des ressources à mettre à sa disposition.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la somme vectorielle de deux ensembles de mesure nulle dont un seul est parfait.* Note (*) de M. Émile Borel.

Soit F un ensemble parfait de mesure nulle, défini sur le segment 0 — 1 par une infinité d'intervalles contigus N dont la somme est égale à l'unité et G un

(*) Séance du 18 octobre 1948.

ensemble de mesure nulle non parfait, mais dense en tout point de o — 1 ; G est défini par une infinité convergente d'intervalles s_n partout denses ; tout point de G est intérieur à une infinité des s_n. Pour étudier les cas où la somme vectorielle de F et G est de mesure nulle, on est conduit à définir une raréfaction r, distincte des raréfactions ρ et R que j'ai introduites dans des Notes précédentes.

Soit b_n le plus grand des intervalles qui subsistent lorsque l'on a placé les n plus grands des intervalles N contigus à F ; nous poserons

$$\frac{\log n}{\log b_n} = -r_n, \tag{1}$$

et la raréfaction r de F sera, par définition, la plus grande des limites de r_n pour r infini, c'est-à-dire le plus grand des nombres r tels que, quelque petit que soit ε, il n'y ait qu'un nombre fini des r_n supérieurs à $r+\varepsilon$.

Les intervalles s_n qui définissent G étant rangés par ordre non croissant, on posera

$$\frac{\log n}{\log s_n} = -r'_n, \tag{2}$$

et la raréfaction r' de G sera définie de même par les r'_n.

Théorème. — *Pour que la somme vectorielle de* F *et de* G *soit de mesure nulle, il suffit que l'on ait*

$$r + r' < 1. \tag{3}$$

La somme vectorielle de F et de G est alors un ensemble G' analogue à G, dont la raréfaction r'' est au plus égale à $r+r'$.

Donnons un exemple. Prenons pour F l'ensemble ternaire de Cantor et pour G l'ensemble des points définis par les intervalles

$$\frac{p}{q} \pm \frac{1}{q^6}$$

attachés à tous les nombres rationnels compris entre o et 1.

On voit facilement que l'on a

$$r = \frac{\log 2}{\log 3}, \qquad r' = \frac{1}{3}.$$

L'inégalité (3) est donc vérifiée et l'on peut affirmer que la somme vectorielle de F et de G est de mesure nulle.

Dans le cas où les définitions des ensembles considérés se rattachent à des fonctions à croissance régulière et satisfont, de plus, à certaines conditions d'homogénéité [1], il y a des relations assez simples entre les raréfactions, ρ,

[1] L'une de ces conditions d'homogénéité est la suivante ; lorsque l'on a placé n intervalles N, le rapport entre le plus grand et le plus petit des intervalles b_n qui subsistent est inférieur à un nombre fixe indépendant de n.

R et r. Mais, dans des cas les plus généraux, ces raréfactions doivent être considérées séparément.

Indiquons, en terminant que, pour étudier les cas limites où les inégalités telles que (3) se transforment en égalités, il y aurait lieu de préciser la définition des raréfactions r (et éventuellement ρ et R) par des méthodes analogues à celles par lesquelles on précise la définition de l'ordre de croissance des fonctions, méthodes qui se rattachent notamment aux critères logarithmiques de Bertrand pour l'étude de la convergence et de la divergence des séries [2].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination de toutes les racines carrées d'un opérateur hermitien borné quelconque*. Note [*] de M. **Gaston Julia**.

Nous avons antérieurement déterminé toutes les racines carrées *hermitiennes* d'un opérateur hermitien ≥ 0 donné et étudié leur structure [1]. Il est possible de déterminer, plus généralement, *toutes les racines carrées*, *hermitiennes ou non*, d'un hermitien *quelconque* défini, (≥ 0, ≤ 0), ou indéfini. Nous le ferons par deux méthodes distinctes.

La première, utilisant les propriétés de structure des racines hermitiennes, nous fournira des renseignements intéressants et précis sur la structure des racines non hermitiennes : nous la développons dans la présente Note.

La deuxième, peut-être moins adaptée à l'étude de la structure, mais plus directe, paraît plus apte au calcul pratique de ces racines ; nous la présenterons dans une Note ultérieure. Nous nous bornerons ici aux opérateurs linéaires bornés de l'espace hilbertien $\mathcal{H}$, la méthode se simplifiant pour l'espace unitaire à n dimensions.

1. k est un opérateur linéaire *hermitien quelconque* borné et l'on cherche tous les opérateurs linéaires bornés Z tels que $Z^2 = k$. En posant $Z = h_1 + ih_2$ (h_1 et h_2 hermitiens), h_1 et h_2 vérifient les deux relations

$$h_1^2 - h_2^2 = k, \tag{1}$$

$$h_1 h_2 + h_2 h_1 = 0. \tag{2}$$

(2) exprime que h_1 et h_2 sont *antipermutables* (en abrégé h_1 *a. p.* h_2). On en déduit h_1^{2p} *p.* h_2^{q} et h_1^{2p+1} *a. p.* h_2^{2q+1} quels que soient les entiers p et q. Par (1), h_2 *p.* h_1^2 donne h_2 *p.* k; de même h_1 *p.* h_2^2 donne h_1 *p.* k. Soit H_1 l'hermitien ≥ 0 unique, tel que $H_1^2 = h_1^2$; $\mathfrak{N}_1$ sera le sous-espace formé des *zéros de* H_1 (ou h_1); $\mathfrak{M}_1 = \mathcal{H} \ominus \mathfrak{N}_1$ sera le sous-espace sous-tendu par les valeurs Δ_{H_1} (ou Δ_{h_1}) de H_1 (ou h_1). On sait [2] que $h_1 = \Sigma_1 H_1$, Σ_1 étant une *symétrie* de $\mathcal{H}$ par rapport à

(2) *Voir* mes *Leçons sur la théorie de la croissance*, Paris, 1910.

(*) Séance du 20 septembre 1948.

(1) Voir *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 707-709, 829-832, 1019-1022 et 1161-1163.

(2) *Voir* pour ces propriétés les notes (1).

un sous-espace V_1, *invariant par* H_1, et situé dans $\mathfrak{M}_1$. Nous poserons $V'_1 = \mathfrak{M}_1 \ominus V_1$. $H_1^2 = h_1^2$ étant $p.\ h_2$, on a $H_1\ p.\ h_2$. Donc h_2 *conserve* $\mathfrak{N}_1$ *et* $\mathfrak{M}_1$. On sait que $\Sigma_1\ p.\ H_1$ et $\Sigma_1\ p.\ h_1$ (²). Envisageons (2) qui devient

$$(2') \qquad \Sigma_1 H_1 h_2 + H_1 h_2 \Sigma_1 = 0.$$

$H_1 h_2 = h$ est hermitien; (2′) exprime alors $\Sigma_1\ a.\ p.\ h$. *La condition nécessaire et suffisante pour qu'il en soit ainsi est que h permute* [3] V_1 *et* $\mathcal{H} \ominus V_1$; on le voit aisément. Or $\mathcal{H} \ominus V_1 = \mathfrak{N}_1 \oplus V'_1$; H_1 conserve $\mathfrak{N}_1$, $\mathfrak{M}_1$, V_1, V'_1 *sans s'annuler dans* V_1 *et* V'_1 *hors de* 0; h_2 conserve $\mathfrak{N}_1$ et $\mathfrak{M}_1$; il en résulte (condition *n.* et *s.*) que h_2 *permute* V_1 *et* V'_1 (c'est-à-dire $h_2\ a.\ p.\ \Sigma_1$).

En définitive : 1° $h_2 p.k$; 2° h_2 *conserve* $\mathfrak{N}_1$, *permute* V_1 et V'_1, d'où il résulte que h_2^2 conserve $\mathfrak{N}_1$, V_1, V'_1; 3° $h_1 p.k$, $h_1^2 = H_1^2 = h_2^2 + k$ conserve $\mathfrak{N}_1$, V_1, V'_1, donc k *conserve* $\mathfrak{N}_1$, V_1, V'_1; 4° *dans* $\mathfrak{N}_1$ on a identiquement $h_1^2 = h_2^2 + k = 0$, *dans* V_1 *et* V'_1, on a $h_2^2 + k > 0$.

2. *Réciproquement*, soient $\mathfrak{N}_1$ et V_1 2 *sous-espaces orthogonaux invariants par* k; le sous-espace V'_1 complémentaire de $\mathfrak{N}_1 \oplus V_1$ l'est aussi.

Soit h_2 un *hermitien borné* quelconque satisfaisant aux conditions suivantes : 1° $h_2 p.k$; 2° h_2 *conserve* $\mathfrak{N}_1$; 3° h_2 *permute* V_1 *et* V'_1; 4° h_2 est tel que $h_2^2 + k$ soit $\equiv 0$ dans $\mathfrak{N}_1$ et soit > 0 dans V_1 et V'_1 (ceci exige que k soit défini ≤ 0 dans $\mathfrak{N}_1$). Alors $h_1 + ih_2$ *sera la racine carrée la plus générale de* k (h_1 est défini par $h_1 = \Sigma_1 H_1$ où $H_1^2 = h_2^2 + k$, comme on l'a vu au nº 1).

En effet H_1, hermitien ≥ 0 défini par $H_1^2 = h_2^2 + k$ est *nul dans* $\mathfrak{N}_1$; *il conserve* V_1 *et* V'_1. $h_2 p.k$ donne $H_1^2 p.k$, donc $H_1 p.k$. Or $h_2 p.(h_2^2 + k)$ donne aussi $H_1 p.h_2$; donc $H_1 h_2$ est *hermitien*, conserve $\mathcal{H}_1$, permute V_1 et V'_1. Σ_1 (symétrie de $\mathcal{H}$ par rapport à V_1) sera $a.p.h_2$ mais $p.H_1$. Donc $h_1 = \Sigma_1 H_1$ est hermitien et $h_1 a.p.h_2$, c'est-à-dire $h_1 h_2 + h_2 h_1 = 0$. D'autre part $h_1^2 = H_1^2 = h_2^2 + k$, ce qui établit la proposition.

3. Pour construire *pratiquement* une racine carrée arbitraire de k, on choisit d'abord $\mathfrak{N}_1$ et V_1, *orthogonaux*, *invariants* par k et tels que $k \leq 0$ *dans* $\mathfrak{N}_1$; le choix de h_2, dans $\mathfrak{N}_1$, est réglé par $h_2^2 + k = 0$ et h_2 y est $p.\ k$. Pour déterminer h_2 dans V_1 et V'_1, on y choisit des bases ON, soit (ε_{2p-1}) pour V_1, et (ε_{2p}) pour V'_1, avec, en général [4], $p = 1, 2, \ldots \infty$; h_2 est défini par

$$h_2(\varepsilon_{2p-1}) = \sum_q a_{pq}\varepsilon_{2q} \quad \text{et} \quad h_2(\varepsilon_{2p}) = \sum_q b_{pq}\varepsilon_{2q-1};$$

h_2 hermitien exige $b_{pq} = \bar{a}_{qp}$, la matrice $a = \| a_{pq} \|$ étant supposée *bornée* ($b = a^*$). La condition $h_2 p.\ k$ se traduit comme suit : $\varkappa$ et $\varkappa'$ étant les matrices *connues*

(³) Cela veut dire que le transformé, par h_2, du sous-espace V_1, est intérieur à $\mathcal{H} \ominus V_1$; et réciproquement.

(⁴) Si V_1 ou V'_1 n'a qu'un nombre *fini* de dimensions, le problème se simplifie, mais je traite pareillement.

(hermitiennes), relatives aux ε_{2p-1} et aux ε_{2p}, des opérateurs *induits par k* dans V_1 et V'_1, on devra avoir entre les matrices a, $\varkappa$, $\varkappa'$ la relation $\varkappa . a = a . \varkappa'$ (5), (laquelle entraîne $a^\star \varkappa = \varkappa' a^\star$ ou $b . \varkappa = \varkappa' . b$). La condition $h_2^2 + k > 0$ dans V_1 et V'_1 n'existe vraiment que *si k n'est pas définie* ≥ 0; la décomposition canonique $k = k_1 - k_2$, k_1 et k_2 hermitiens ≥ 0, avec $k_1 k_2 = 0$, montre alors que la condition sera en particulier satisfaite si la *borne inférieure* de $(x, (h_2^2 + k_1)x)$ sur $|x| = 1$, dans V_1 et V'_1, est supérieure à la *borne supérieure* de $(x, k_2 x)$ dans les mêmes conditions.

4. Lorsque $k \geq 0$, nécessairement $\mathfrak{N}_1$ *est nul* ou bien *intérieur au sous-espace des zéros de k*; donc $h_2 = 0$ dans $\mathfrak{N}_1$. h_2 n'est soumis qu'aux conditions $h_2 p . k$, h_2 permute V_1 et V'_1, ce qui supprime la dernière des conditions 4° de 2.

Lorsque k est un opérateur *scalaire réel*, $\neq 0$, toute h_2 lui est permutable; $\mathfrak{N}_1$ et V_1 sont *quelconques, orthogonaux*, et $\mathfrak{N}_1 \neq 0$ seulement si $k < 0$; il ne restera alors qu'à réaliser la condition : h_2 permute V_1 et V'_1 et celle relative au signe de $h_2^2 + k$ dans V_1 et V'_1. Le problème se simplifie encore si k est *scalaire positif*, par exemple, pour $k = 1$; alors $\mathfrak{N}_1 = 0$, V_1 et V'_1 sont deux sous-espaces *complémentaires quelconques* de $\mathcal{H}$, et h_2 est un hermitien *quelconque* qui les *permute*, c'est-à-dire dont les matrices (envisagées au n° 3), relativement à V_1 et V'_1, sont a et son adjointe $a^\star$ (a bornée quelconque). Pour $k = 1$, notre problème contient celui des *symétries antipermutables*, dont les applications sont nombreuses et dont ce qui précède fournit aisément la solution générale.

Pour $k = P_V$, $\mathfrak{N}_1$ pourra être un sous-espace quelconque $\subseteq \mathcal{H} \ominus V$, et dans $\mathfrak{N}_1$, on a $h_2 = 0$. On décompose alors $(\mathcal{H} \ominus V) \ominus \mathfrak{N}_1$ en deux variétés *complémentaires arbitraires* v_1 et v'_1, et de même V en deux variétés *complémentaires arbitraires* w_1 et w'_1. On a nécessairement $V_1 = v_1 \oplus w_1$ et $V'_1 = v'_1 \oplus w'_1$. h_2, *nul dans* $\mathfrak{N}_1$, devra *permuter v_1 et v'_1, w_1 et w'_1* et sera alors $p . k$.

Nous reviendrons ultérieurement sur diverses questions liées aux considérations exposées dans la présente Note.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Remarques à propos d'une Note* (1) *de MM. Félix Ehrenhaft et H. Herzog*. Note de MM. **Aimé Cotton**, **Eugène Cotton**, et **Pierre Tauzin**.

M. Ehrenhaft est convaincu que les faits qu'il a découverts en étudiant l'action de la lumière et des champs sur de petites particules en suspension dans l'air peuvent être généralisés, et étendus à des rayonnements divers, en

(5) Il peut arriver que cette relation n'admette que la solution $a = 0$; alors $h_2 = 0$ dans V_1, V'_1, $\mathfrak{M}_1$, et $h_1^2 = k$ dans $\mathfrak{M}_1$, ce qui exige $k > 0$ dans $\mathfrak{M}_1$; (on a vu que, dans $\mathfrak{N}_1$, $h_1 = 0$, $h_2^2 = -k$). Nous reviendrons ultérieurement sur une étude plus approfondie de cette relation.

(1) F. Ehrenhaft et R. Herzog, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 626.

particulier au rayonnement β des corps radioactifs. Quel que soit le sort qui sera réservé aux idées de M. Ehrenhaft, elles l'ont conduit à disposer une expérience simple qui, d'après lui, semble difficile à expliquer en partant des théories admises actuellement. Une plaque photographique qui se montrait insensible au rayonnement d'une préparation de radium E transmis, en l'absence de champ, par une feuille d'aluminium épaisse de 1^{mm},8, noircit nettement lorsqu'on fait agir un champ de 11000 unités même lorsque l'épaisseur de l'aluminium est portée à 3^{mm}. Les auteurs de la Note citée admettent l'augmentation de l'énergie des rayons β par un champ magnétique longitudinal.

Est-ce bien la seule façon dont on puisse chercher à rendre compte de l'expérience? Il résulte des lois de la mécanique que, si des particules chargées d'électricité sont soumises à un champ magnétique, leurs mouvements sont en général modifiés par l'action du champ; il faut donc s'attendre à constater des changements dans les actions qu'elles produisent.

L'un de nous a déjà (²) fait remarquer que si des particules électrisées effectuent, en l'absence de champ, des mouvements répartis au hasard pour l'ensemble des particules comme ceux qui résultent de l'agitation thermique, leur répartition moyenne n'est plus, si l'on peut dire, isotrope lorsqu'un champ intervient.

On ne voit aucune raison, semble-t-il, pour que le champ magnétique longitudinal diminue les propriétés absorbantes de l'aluminium. Cependant on peut se demander s'il ne pourrait accroître l'action du rayonnement sur une plaque photographique normale aux lignes de force. En effet les actions électromagnétiques qui s'exercent sur la particule chargée, nulles dans le cas très particulier où la vitesse est dirigée suivant les lignes de force, tendent dans tous les autres cas à enrouler la trajectoire autour du champ, ce qui augmenterait le nombre de grains impressionnés par unité de surface. Mais il est difficile d'évaluer l'ordre de grandeur d'un tel effet.

Quelle est, dans l'expérience de M. Ehrenhaft, l'action du champ magnétique sur un des électrons en mouvement, constituant le rayonnement β? Faisons abstraction d'abord de l'aluminium et du gaz que traversent les rayons et considérons, dans le vide, une particule chargée ayant acquis à un instant donné pour une cause quelconque, une vitesse v. La masse au repos de la particule est m_0, sa charge e. La trajectoire qu'elle prend avait été calculée d'abord par Fortin (³) qui lors de ses recherches sur les rayons magnétocathodiques avait déjà considéré le cas où le champ électrostatique s'annule. La particule suit une hélice sur un cylindre de révolution dont l'axe est parallèle aux lignes de force du champ magnétique H. Le rayon ρ du

(²) A. Cotton, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 969.
(³) *Comptes rendus*, 138, 1907, p. 1595.

cylindre est donné, dans le système électromagnétique C. G. S., par la formule

$$H\rho = \frac{m_0 v \cos\theta}{e} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

β étant le rapport entre v et la vitesse c de la lumière, θ étant l'angle que fait la vitesse avec le plan perpendiculaire au champ. La trajectoire, rectiligne lorsque cet angle est droit, devient hélicoïdale s'il diminue, et se réduit à une circonférence de rayon ρ lorsque la vitesse v est normale au champ.

Le radium E émet un spectre continu de rayons β dont l'énergie varie de 0 à 1,07 MeV, les vitesses s'étendant de 0 à $2,8\,10^{10}$ C. G. S. Dans ces conditions la formule donne pour $H = 11\,000$ gauss un rayon ρ variant de 0 à ρ max. $= 4^{mm},5$. (Pour la vitesse la plus probable $2,3\,10^{10}$ C. G. S. correspondant au maximum de la courbe de répartition spectrale 0,3 MeV et pour $\theta = 45°$, on a $\rho = 1^{mm},3$.)

Le champ magnétique, en enroulant les trajectoires, va produire non pas une véritable focalisation, mais une concentration des électrons sur une région bien définie de la plaque. Une source ponctuelle ne donne pas une image ponctuelle mais une tache circulaire à bords diffus, le rayon extrême de cette tache étant 2ρ max., soit environ 1^{cm} pour le Ra E. Tous les électrons émis par une source circulaire normale au champ de rayon R impressionneront la plaque à l'intérieur d'un cercle de rayon $R + 2\rho$ max., donnant une image circulaire plus grande que la source et à bords diffus.

La région impressionnée de la plaque photographique (cercle de rayon $R + 2\rho$ max.) qui, avant l'application du champ recevait d'un point de la source le rayonnement émis dans l'angle solide d'un cône d'ouverture 90° environ (pour une géométrie voisine de celle du dispositif décrit dans la Note citée) reçoit, lorsque le champ agit tous les rayons émis dans 2π stéradians. Le rapport de ces deux intensités est

$$\frac{2\pi(1-\cos 45°)}{2\pi} = \frac{1}{3,4}.$$

Le nombre d'électrons reçus par cette région est donc, lorsque le champ agit, environ 3,4 fois plus fort qu'en son absence.

Les expériences citées n'ont pas eu lieu dans le vide. Dans l'air, peu absorbant pour le rayonnement β, la plupart des trajectoires doivent être peu modifiées. Dans l'aluminium les phénomènes sont, comme nous l'avons signalé plus haut, difficiles à analyser exactement. De toutes manières la couche d'aluminium située au-dessus de la région impressionnée de la plaque doit recevoir trois fois environ plus d'électrons lorsque le champ de 11 000 gauss agit.

Or il semble établi qu'une source de Ra E produit encore des effets d'ionisation à travers d'une épaisseur d'aluminium de 3^{mm} et plus. Ces effets pourraient être

dus soit à l'action d'électrons particulièrement rapides, soit à celle d'un rayonnement électromagnétique (comme le spectre X produit par le freinage des électrons dans l'aluminium), soit à une autre cause. L'intensité de ces effets paraît liée au nombre d'électrons reçus par l'aluminium. On peut donc se demander si le noircissement observé par les auteurs de la Note en présence du champ ne pourrait pas également se produire dans un champ nul en posant suffisamment longtemps pour compenser l'absence de concentration.

L'un de nous a commencé une vérification expérimentale des hypothèses envisagées ci-dessus. Les auteurs de la Note n'indiquent pas l'ordre de grandeur de la source RaE qu'ils emploient et nos premiers essais ont été effectués avec des sources plus faibles que les leurs, semble-t-il (0,1 u.e.s.). Néanmoins l'effet de concentration dans l'air a été mis nettement en évidence. Ces premiers essais ont montré que si l'on opère avec un petit électro-aimant non refroidi en prolongeant la pose, la plaque s'échauffe et devient beaucoup plus sensible. Cet effet accentue notablement la différence entre les noircissements observés en l'absence et en présence du champ. Cette cause d'erreur, sur laquelle M. S. Rosenblum avait attiré notre attention, a été éliminée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'oxyde de carbone sur l'hydroxyde de cœsium.* Note de MM. **Louis Hackspill** et **Georges Thomas**.

Berthelot a réalisé, en 1855 [1], la synthèse du formiate de potassium en chauffant à 100° quelques grammes de potasse, à l'état solide, dans un ballon de verre scellé, rempli de gaz oxyde de carbone.

La réaction était très lente; cependant au bout d'une centaine d'heures l'oxyde de carbone était entièrement fixé et un vide, presque complet, régnait dans l'appareil; à la condition que la potasse fût en léger excès.

L'élévation de la pression augmente notablement la vitesse de la réaction, comme l'a montré M. Goldschmidt en 1894 [2]. De sorte que l'on prépare aujourd'hui industriellement les formiates alcalins en chauffant entre 120 et 130° la potasse ou la soude au contact de gaz à l'air ($CO + 2N_2$) comprimé sous 12 ou 15 atmosphères.

Il est nécessaire, pour éviter une prise en masse, d'agiter constamment l'hydroxyde pulvérisé. Pour faciliter la réaction on peut, sans inconvénient, augmenter la pression du gaz, par contre l'élévation de la température provoque la formation d'oxalate. La réaction

$$CO + NaOH \rightarrow HCO_2Na + 26\,c$$

étant exothermique, il n'est nécessaire de chauffer que pour l'amorcer. Lorsqu'on opère en grand, on est même obligé de refroidir.

---

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, (3), t. XLV, p. 479; t. LIII, p. 77; t. LVI, p. 465.
(2) D. R. P. 8619.

D'une manière générale, les réactions de la cœsine (hydrate de cœsium : CsOH) sont plus vives que celles des autres bases alcalines. C'est bien ce que l'on observe avec l'oxyde de carbone.

La cœsine fond relativement bas : 272°, et le point de fusion du formiate est encore au-dessous : 265°. Nous avons donc étudié, tout d'abord, la réaction avec la base à l'état liquide. Le verre étant attaqué, dès la température de fusion, et peut-être même avant, nous avons eu recours à un appareil en argent. Sa forme est des plus simples : un tube en U de 25^{cm} de haut, disposé verticalement, une branche ayant 2^{cm} de diamètre, l'autre 0^{cm},5. Le côté le plus large renferme des anneaux Raschig, en argent également, de 0,5 × 0^{cm},5, destinés à augmenter la surface de contact entre le liquide et le gaz; la branche étroite servant à l'introduction de ce dernier. Le tout est maintenu électriquement à température constante. Pour chaque essai, cinq litres d'oxyde de carbone pur barbotent pendant une heure à travers 10^{g} de cœsine, alors que la théorie exige 1^{l},5. La réaction dégage une trentaine de grandes calories par molécule-gramme de base, aussi la température s'élève-t-elle rapidement de 10° et même 20°.

Les résultats obtenus sont réunis dans le tableau suivant. La température initiale de l'expérience est suivie de l'élévation maxima observée. Le formiate et l'oxalate sont exprimés en pour 100 de cœsium transformés. Le carbonate n'a pu être dosé avec précision, mais il s'en forme d'autant plus que l'on s'éloigne davantage de la température optima de transformation en formiate, si l'on en juge par la quantité d'hydrogène se trouvant dans les gaz sortants.

Temps.	Température.	Formiate (%).	Oxalate (%).
1 heure......	275 + 22°	78	–
	280 + 20	91	–
	294 + 15	91,5	–
	315 + 10	84,5	–
	335 + 10	81	–
	348 + 20	64	1
	367 + 16	55	1
	377 + 16	42	2
	392 + 12	35	2
	396 + 25	36,5	4

En résumé : bien que les conditions ne soient pas les mêmes que celles réalisées par Berthelot, on voit que la synthèse du formiate est beaucoup plus rapide avec la cœsine qu'avec la potasse et qu'il est inutile de recourir à l'élévation de pression. Les trois réactions suivantes peuvent prendre naissance :

$$CsOH + CO \rightarrow HCOOCs,$$
$$2CsOH + 2CO \rightarrow (COOCs)_2 + H_2,$$
$$2CsOH + CO \rightarrow CO_3Cs_2 + H_2,$$

jusqu'aux environs de 300°, la première est à peu près seule à se manifester. L'oxalate fait son apparition à partir de 350° seulement, alors que les formiates de potassium et de sodium se décomposent avant 200°.

GÉNÉTIQUE. — *Descendance singulière du Cerisier à fleurs doubles* Cerasus avium *L. f.* plena *C. K. Schneider*. Note (*) de M. LOUIS BLARINGHEM.

En août 1910, à la Station Berthelot de Meudon (S.-et-O.), j'assistai à la mort par décrépitude d'un Cerisier à fleurs pleines dont j'étudiais les années précédentes les fleurs épanouies bourrées de pétales blanc nacré, sans y trouver d'étamines ni d'anthères; je fus surpris d'y voir, à la jumelle, l'arbre atteignant 9 mètres de haut, trois fruits rougissant. Les fruits furent cueillis le jour même et mis à mûrir à l'intérieur du Laboratoire, devant la fenêtre. Le semis des 3 noyaux, bien fermes et normalement conformés, eut lieu à la mi-octobre en stratification; ils germèrent en 1911; deux jeunes plants n'ont pas résisté à la mise en place, sans doute par la sécheresse de l'été 1914. L'unique plant sauvé, très vigoureux, est actuellement un bel arbre, en bonne place à droite de l'entrée du terrain réservé aux expériences.

I. La plante mère était bien la forme *plena* distinguée en ces mêmes années par Camillo Schneider ([1]) n° 42, et j'ai retrouvé le même arbre à l'Arboretum G. Allard d'Angers où il est encore vivant, atteint 12 mètres de haut et se couvre, à chaque printemps, de milliers de fleurs pleines, blanches, où je n'ai pu observer, à la jumelle, aucune trace de fructification au cours de 30 années. Il s'agit bien du *Cerasus avium* Mœnch variété à fleurs pleines.

Les avis sont partagés sur la stabilité des formes spontanées. Pour Schneider ([1]), l'une des plus stables est la var. *actiana* déjà signalée par Linné (*Sp. plantarum* 474) en 1753 à confondre avec *Cerasus nigricans* Ehrhrart distinguée dès 1792. Il s'agit ici d'une plante d'origine horticole où l'on n'a pas signalé, à ma connaissance, de fructification avant celle qui est l'objet de cette Note.

L'unique individu conservé de sa descendance doit être rangé dans l'espèce linnéenne *Prunus Cerasus*. C'est un arbre de petite taille, à ramifications basses, puissantes, formant tête presque sphérique et très compacte par le développement de nombreuses ramilles intriquées qui ne sont jamais signalées sur les Cerisiers cultivés. *Prunus Cerasus* de Linné, *Cerasus vulgaris* de Miller (1768) est décrit depuis quatre siècles sous le nom de *Griottier*. On ne peut affirmer qu'il est le prototype sauvage d'une espèce linnéenne et partout où on le rencontre à l'état spontané, au Caucase, en Anatolie, en Macédoine, plus près

(*) Séance du 4 octobre 1948.

([1]) *Prunus Cerasus avium* L. *f. plena*, rapprochée par l'auteur de la var. *fl. pleno* de Kirchner, dans *Laubholz Kunde*, 1, Iéna 1910-1912, p. 615-616.

de nous, en Suisse, il y a des indices marqués d'une présence prolongée de cultures. La plante de Meudon pourrait sans doute figurer dans la liste sommaire des formes que cite C. K. Schneider d'après le Catalogue de Späth de 1887-1888, *f. globosa*. Dans cette révision, Schneider classe un *C. semperflorens* D. C. assez commun dans les collections qui donne des fleurs et des fruits tout l'été jusque tard en automne; le sujet de cette dernière variété de l'Arboretum Allard quoique mis en place depuis plus de cinquante ans n'atteint pas quatre mètres de haut et ses ramifications nombreuses, divergentes, trahissent un désordre manifeste dans la végétation; j'ai pu observer la forme *C. acida flore pleno* de Kirchner décrite en 1864, fertile par ses nombreuses étamines malgré une demi-duplicature, mais aucun échantillon du *Cerasus Rhexii* à fleurs très pleines, cité par le même auteur n'a pu m'être présenté. Les indications écrites sur la végétation de ces formes sont relatives à la floraison, au point de vue décoratif.

II. L'arbre de Meudon *Cerasus acida f. Bertheloti* a donné quelques fleurs en 1943, non à la cime mais sur les ramilles grêles internes; la floraison de 1944 et de 1945 fut abondante, toujours tardive (fin mai) sans aboutir à des fruits fécondés. En 1946 j'ai récolté trois fruits mûrs, en 1947 une douzaine dont les noyaux germent mal et la récolte de cette année est encore plus abondante. Les dessins et figurations de la planche coloriée présentés en séance sont des documents pris en 1947.

III. Je me limiterai ici à la description de quelques particularités de la floraison. Sur les ramilles contournées, arquées, souvent groupées en balai diffus, les boutons se distinguent nettement des bourgeons terminaux, qui donneront les feuilles, par la taille réduite linéairement de plus de moitié et par leur condensation sur des axes courts quoique bien lignifiés; mais, dès l'anthèse, l'aspect change, le débourrement des bourgeons est lent avec allongement progressif qui se prolongera toute l'année, tandis que les boutons se gonflent en avril, brusquement; en moins de deux jours une bonne partie des fleurs s'est dégagée par l'allongement de pédoncules doubles, triples, formant corymbes enchassés dans les écailles protectrices. A cette phase les boutons sont encore sphériques et l'anthèse se prépare lentement, en une semaine au moins, provoquant le gonflement des tissus qui s'accentue uniquement à la base d'attache de chaque fleur sur son pédoncule. Une cuvette profonde de 3^{mm}, pour un bouton dont le diamètre n'atteint que 6^{mm}, préside à l'ouverture et à l'étalement des pétales au fur et à mesure que la cuvette se creuse, s'épaissit sur les bords et renverse dans la croissance les sépales épais et courts.

A la maturation des fruits, je trouve desséchés et bruns, pour un très grand nombre de corymbes, des anneaux d'écailles qui sont les restes de ces organes verts tardivement caducs; leur taille et leur masse dépassent de beaucoup celles que je pouvais noter sur les Cerisiers et Merisiers voisins dont l'épanouissement floral, plus précoce, était rapide et uniforme. La tendance

à la duplicature des fleurs est peu marquée. En très grande majorité elles sont simples et régulières, du type 5, rarement du type 6 (*fig. a*) choisi pour compléter ma démonstration du désordre réel qu'entraîne le développement rapide, peut-être saccadé de la cuvette calicinale; ici les pétales sont égaux, régulièrement répartis; les étamines forment deux cycles, les longues externes et précoces, les



courtes internes à maturation retardée de quelques jours; mais les sépales pour cette fleur, pour un assez grand nombre d'autres fleurs sont inégaux, celui de droite plutôt mince et allongé, celui de gauche épais et en cuillière, et à cet épaississement correspond un pétale interne à échancrure médiane et un pétale externe fortement lobé du côté qui correspond au sépale épais et persistant. Le dessin *a* montre en plus l'irrégularité de disposition des étamines : à droite, un arc d'anthères (étamines longues) bien dégagées de l'arc inférieur d'anthères (étamines à filets courts); à gauche, cette distribution est altérée; au sépale épais et persistant se superpose un désordre dans l'allongement des filets des étamines.

Toutes les anthères, bien conformées, donnent du pollen parfait, avec 2 à 5 % de grains ridés à l'épreuve du gonflement; ce pollen est actif, car jusqu'en fin juin les deux tiers des ovaires persistent avec léger gonflement pour la grande majorité qui, pollinisés, n'ont pas été fécondés et tombent tandis que les fécondés donnent des Cerises saines à gros noyaux que je décrirai ailleurs.

Je retiens ici plus spécialement l'attention sur les rares fleurs, au plus 1 pour 10 et cette proportion varie largement avec les ramilles étudiées, qui trahissent la tendance à la duplicature. En *b*, un pétale externe, celui de droite, présente une déformation sensible, asymétrie accentuée par l'épaississement médian et l'absence d'échancrure à la pointe, et, à sa base, latéralement, l'étamine longue est remplacée par un organe pétaloïde fort étroit, épais et court. En *c* (un pétale enlevé entre les deux sépales bien visibles), autre incident, le pétale surnuméraire est accroché exactement entre les deux pétales externes qu'il recouvre en partie; il atteint la taille et la forme des pétales normaux adultes bien qu'il occupe la place d'une étamine externe.

En *d*, fleur plus âgée à six pétales, montrant leurs déformations notées sur le vif traduisant des croissances, des formes, des âges différents; sur le même dessin, à remarquer le bourgeonnement qui termine la ramille à la base des fleurs épanouies, bourgeonnement qui, après la chute des fleurs non fécondées, prépare les pousses fleuries de la prochaine année.

Cette description fortement condensée correspond à ce qui peut être analysé sur les fleurs ayant plusieurs pétales surnuméraires, et j'ai fait dessiner une fleur à 13 pétales, cas extrême noté sur une brindille dont toutes les fleurs offraient des irrégularités de croissance (planche coloriée à paraître dans *Ann. Sc. Nat. Botanique*, 11e série, t. IX, 1948).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Papilionacées. Développement de l'embryon chez le* Pisum sativum *L.* (1). Note (*) de M. **René Souèges**.

Parmi les Viciées, les *Pisum* représentent un genre aux caractères organographiques bien tranchés, accepté par tous les systématiciens. Ordinairement, dans les classifications, ceux-ci les placent à côté des Gesses. Les recherches embryogéniques de D. C. Cooper (2) sont venues, en 1938, prêter appui à ce rapprochement, cet auteur admettant dans les conclusions de son travail que le cours du développement, chez le *Pisum sativum*, est essentiellement similaire à celui qu'a décrit L. Guignard pour l'*Orobus angustifolius*. Les observations de Cooper cependant apparaissent, en certains points, confuses et incomplètes, et, d'un autre côté, celles dont les *Orobus vernus* et *tuberosus* ont été récemment l'objet, de ma part (3), ne les ont nullement confirmées, pour ce qui concerne les premiers stades, vraiment essentiels. Il était donc indispensable d'examiner de nouveau le *Pisum sativum*, de la manière la plus rigoureuse, pour être bien fixé sur les caractères embryogéniques de la plante et sur ses rapports avec les autres genres de la tribu.

La tétrade *première* (*fig.* 2) se constitue comme chez toutes les Viciées examinées jusqu'ici. Les trois éléments inférieurs se comportent de la même manière et ont mêmes destinées. L'élément supérieur *cc* (*fig.* 4 à 6), selon un processus qui s'est montré tout à fait constant, se segmente par une cloison plus ou moins oblique pour donner deux cellules juxtaposées qui peuvent paraître, au début, très peu dissemblables. L'une se divise plus tard transversalement, l'autre longitudinalement; elles produisent ainsi 4 quadrants nettement disposés en tétraèdre (*fig.* 7, 8); les parois de séparation des quadrants ne se montrent pas d'ordinaire strictement horizontales ou verticales; elles sont parfois forte-

(*) Séance du 11 octobre 1948.

(1) La plante qui a servi à nos investigations est une variété, à rames, à graines rondes, dite *Serpette Guilloteaux*, appelée aussi *Merveille d'Étampes*.

(2) *Bot. Gazet.*, 100, 1938, p. 123.

(3) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 60 et 493.

ment inclinées (*fig.* 9). Le quadrant qui occupe le sommet, bien que rappelant par sa forme et sa position un élément épiphysaire, ne se comporte nullement comme tel.

Les quatre quadrants se divisent pour donner 8 octants. En 10, 4 octants se sont déjà constitués par division longitudinale de 2 quadrants d'abord superposés; en 9, les 2 qua-

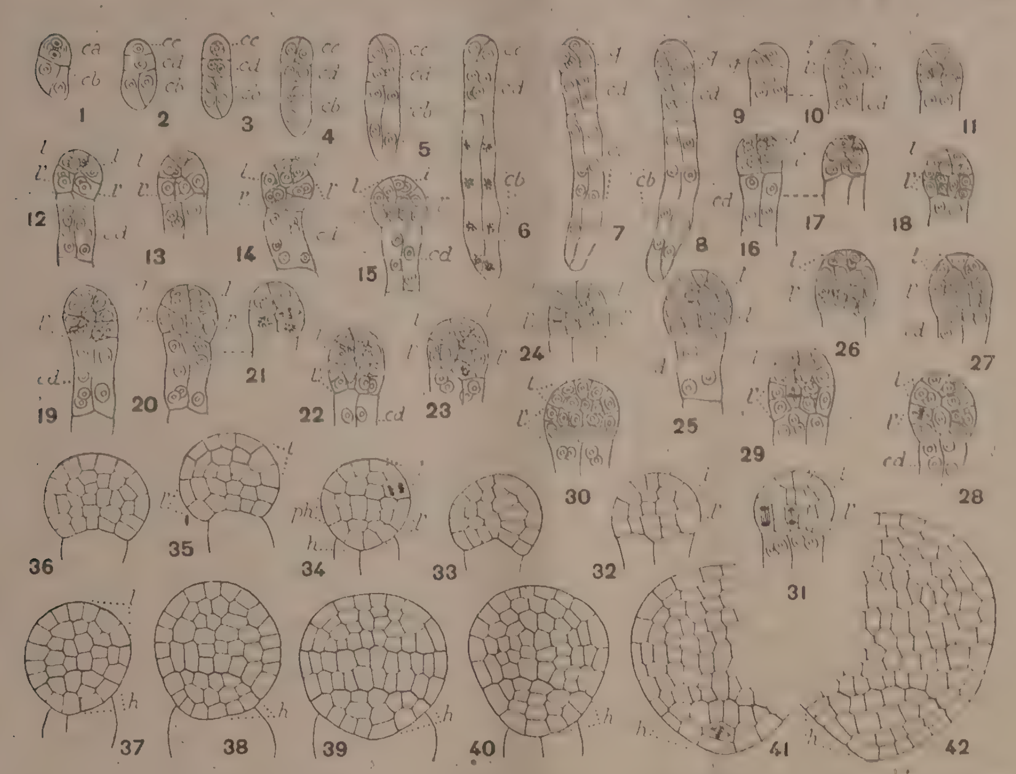


Fig. 1 à 42. — *Pisum sativum* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cb*, cellule basale ou les deux vésicules inférieurs du suspenseur; *cc*, cellule-fille supérieure de *ca* ou embryon proprement dit; *cd*, cellule-fille inférieure de *ca*, ou les deux vésicules supérieurs du suspenseur; *q*, quadrants; *l* et *l'*, octants supérieurs et inférieurs *ph*, partie hypocotylée; *h*, massif hypophysaire. En 16 et 17, deux coupes voisines d'un même proembryon; de même en 20 et 21. G. = 160.

drants juxtaposés du même proembryon ne se sont pas encore segmentés. L'un de ceux-ci s'est divisé en 11, où, à gauche, on distingue nettement 3 noyaux, tandis que, à droite, s'observent les 4 noyaux des 4 octants engendrés par division plus ou moins oblique des 2 quadrants superposés. En 12, 13, les 8 octants sont constitués; leur répartition en 2 étages paraît le plus souvent indistincte, étant données les directions, transversales ou longitudinales, nullement rigoureuses, des parois de segmentations.

Les cloisonnements dans les octants supérieurs procèdent par parois généralement anticlines (*fig.* 22 et suiv.), rarement périclines (*fig.* 25 à d., 27 à g.). Dans les octants supérieurs, ces parois seraient tantôt verticales (*fig.* 23, 24, 26 à g.), tantôt transversales (*fig.* 23, 24 à d., 27, 28 à g.). Dans les figures 30, 31, 32, on peut voir comment, à la suite des dernières cloisons transversales, arrivent à se constituer, dans les octants inférieurs, les deux assises *ph* et *h* (*fig.* 34, 35), qui donnent naissance à la partie hypocotylée et au groupe hypophysaire. Dans beaucoup de cas (*fig.* 27, 29, 33, 36), il est difficile de déterminer comment se succèdent les divisions dans les octants; bien avant la naissance des

cotylédons, le corps embryonnaire se présente comme un massif homogène avec parois cellulaires diversement orientées (*fig.* 35, 36). Ce n'est qu'exceptionnellement que l'on rencontre des formes permettant, à ce stade (*fig.* 34, 39), de bien distinguer la partie cotylée, l'hypocotyle et le massif hypophysaire. En aucun cas, il n'apparaît un groupe épiphysaire dont on puisse déterminer l'origine, les limites ou les fonctions.

Il faut reconnaître que l'embryon du *Pisum sativum* offre avec celui des *Vicia* d'étroites ressemblances. Ils se séparent surtout l'un de l'autre par la disposition tétraédrique des quadrants qui, chez le *Pisum*, se montre particulièrement nette et vraiment constante. La tétrade *seconde* qui, chez les *Vicia*, appartient à la variante A_1 se rattache, de la sorte, nécessairement chez le *Pisum*, à la variante B_1 (*cc* + *cd*, *fig.* 5), et l'espèce prend place dans le dixième groupe embryogénique. On sait que les *Orobus*, par leur tétrade *seconde* de la catégorie C_1, se rangent dans le treizième groupe. Généralement, dans le dixième groupe (série B′), comme dans le deuxième (série B), celui des quatre quadrants en disposition tétraédrique qui occupe le sommet s'individualise d'emblée et se comporte comme cellule épiphysaire. Tel n'est pas le cas chez le *Pisum sativum*. Le fait nouveau qui se dégagerait ainsi de nos observations, c'est qu'il peut se produire une disposition tétraédrique des quadrants, sans que cette disposition soit nécessairement liée à la différenciation en cellule épiphysaire du quadrant qui vient occuper le sommet du proembryon. Il est difficile, en conséquence, de déterminer dans quelle mesure, chez le *Pisum*, les deux cellules juxtaposées, en *cc* (*fig.* 4), mères des quadrants, sont hétérodynames.

POLARIMÉTRIE. — *Rotativités du chlorure de silicium et du cyclohexane vaporisés.*

Note de MM. **René de Mallemann** et **François Suhner.**

Les auteurs ont montré récemment (¹) que le pouvoir rotatoire magnétique du *chlorure titanique*, corps négatif et très fortement dispersif, ne correspondait pas à l'invariant d'état physique désigné sous le nom de rotativité. C'est le premier exemple d'un corps faisant nettement exception à une règle, qui, pour toutes les autres substances observées (près d'une centaine), s'est trouvée vérifiée dans les limites de précision des mesures.

Afin de mieux faire ressortir le cas exceptionnel de $TiCl_4$, les auteurs ont employé le même dispositif perfectionné (qui permet d'atteindre une précision supérieure à celle des mesures effectuées antérieurement avec M. Gabiano), pour l'examen de deux substances non encore étudiées, dont l'une est de composition chimique analogue à celle de $TiCl_4$, et l'autre très différente.

(¹) *Comptes rendus*, **227**, 1948, p. 546.

I. *Tetrachlorure de silicium.* — $SiCl_4$.

a. Vapeur. $d_{mes} = 0{,}00638$, $p = 723^{mm}$, $t = 67°$.

Rotation double ($578^{m\mu}$).... 78′ $H = 570.10^3$ c. g. s.

Dispersions................ 1,14 (546) 1,91 (436).

Rotation spécifique......... $[\Lambda] = [\Omega] = 3{,}21.10^{-6}$ (rad.).

Rotativité moléculaire...... $[\Omega]_M = 54{,}6.10^{-5}$ ($\pm 0{,}5$).

b. Liquide. $d_{20/20} = 1{,}484$, $n_{578} = 1{,}4161$.

Rotation spécifique......... $[\Lambda] = 4{,}01.10^{-6}$.

(Les mesures de Becquerel donnent $3{,}68.10^{-6}$ pour $\lambda = 589^{m\mu}$.)

Dispersions .... 1,13 (5), (546).

Rotativité moléculaire...... $[\Lambda]_M = 4{,}01.10^{-6} \times 170 = 68{,}15.10^{-5}$.

On en déduit

$$[\Omega]_M = [\Lambda]_M \frac{9n}{(n^2+2)^2} = 68{,}15.10^{-5} \times 0{,}7945 = 54{,}15.10^{-5}.$$

L'accord est aussi satisfaisant que possible.

II. *Cyclohexane.* — C_6H_{12}.

a. Vapeur. $d_{mes} = 0{,}00277$, $p = 700^{mm}$, $t = 86°$.

Rotation double ($578^{m\mu}$)... 41′, $H = 570.10^3$ c. g. s.

Dispersions................ 1,12 (546), 1,84 (436).

Rotation spécifique......... $[\Lambda] = [\Omega] = 3{,}857.10^{-6}$.

Rotativité moléculaire .... $[\Omega]_M = 31{,}8.10^{-5}$ (rad.).

b. Liquide. $d_{20/20} = 0{,}782$, $n_{578} = 1{,}4282$.

Rotation spécifique........ $[\Lambda] = 4{,}852.10^{-6}$

(Les mesures de Perkin donnent : $4{,}61.10^{-6}$ pour $\lambda = 589^{m\mu}$.)

Rotation moléculaire....... $[\Lambda]_M = 4{,}852.10^{-6} \times 84{,}1 = 40{,}75.10^{-5}$

On en déduit

$$[\Omega]_M = [\Lambda]_M \frac{9n}{(n^2+2)^2} = 40{,}75.10^{-5} \times 0{,}786 = 32{,}0.10^{-5}.$$

L'accord est encore excellent. Rappelons que la rotativité ainsi mesurée concorde très bien avec la valeur calculée théoriquement à partir du nombre exact des électrons de *valence*, $p = 36$.

En résumé, il est hors de doute que l'effet global du champ de polarisation électro optique se trouve fortement atténué dans $TiCl_4$, et, vraisemblablement, dans les autres corps présentant une dispersion rotatoire exceptionnelle.

A ce propos, nous signalerons que la rotation de *l'ion* $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{Ti}$ (ou $\overset{\cdot\cdot}{TiO}$), en solution, paraît elle-même *négative*, beaucoup moins toutefois que celle de l'ion *cérique* ($CeCl^3$), mais beaucoup plus que celle de l'ion *zirconium* (nitrate et sulfate).

M. René Barthélemy fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. H. Delaby, intitulé *Principes fondamentaux de Télévision*, dont il a écrit la *Préface*.

DÉSIGNATIONS.

MM. Émile Cotton et Maurice Gignoux sont délégués à l'inauguration du Monument élevé à la mémoire du Doyen René Gosse et de son fils Jean, qui aura lieu à Grenoble, le 31 octobre 1948.

CORRESPONDANCE.

L'Académie est informée de la Cérémonie commémorative du Centenaire de la naissance de S. A. S. le Prince Albert Ier de Monaco, qui aura lieu à l'Institut Océanographique, le 6 novembre 1948.

Le Comité d'organisation annonce que le premier Congrès International de Biochimie aura lieu à Cambridge (Angleterre), du 19 au 25 août 1949.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Jean Vène. *Les matières premières de synthèse. — Les Plastiques.*

2° *Éphémérides nautiques ou extrait de la Connaissance des Temps pour l'an* 1949, Ouvrage publié par le Bureau des Longitudes spécialement à l'usage des Marins.

3° Publications techniques de l'Institut Géographique National. *Historique de la Cartographie de la nouvelle Carte de France*, par M. Huguenin.

4° Pio Niro. *Nuevas demostraciones de la corpuscularidad de la luz.*

5° *The Japanese medical Journal*, Volume I, Number 1.

6° The Institution of Mechanical Engineers. Automobile Division. *Proceedings* 1947-48, Part I.

THÉORIE DES GROUPES. — *Le produit complet des groupes de permutations et le problème d'extension des groupes.* Note de MM. Léo Kaloujnine et Marc Krasner, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soient $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_s$ des groupes de permutations (dont les unités seront notées $e_1, e_2, \ldots, e_s$) des ensembles $M_1, M_2, \ldots, M_s$ et $M = M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_s$ le produit (au sens de la théorie des ensembles) des $M_1, M_2, \ldots, M_s$, c'est-à-dire l'ensemble des suites $x = (x_1, x_2, \ldots, x_s)$, où, pour tout $i = 1, 2, \ldots, s$ (i sera toujours, dans la suite, un entier $1 \leq i \leq s$), x_i parcourt M_i. x_i sera dit

la $i^{\text{ème}}$ coordonnée de x et sera aussi noté $(x)_i$. Considérons l'ensemble $\mathcal{G}$ des applications $\sigma=\{x=(x_1, x_2, \ldots, x_s)\to((\sigma x)_1, (\sigma x)_2, \ldots, (\sigma x)_s)\}$ de M dans M telles que : 1° pour tout i, $(\sigma x)_i$ ne dépende que des $x_1, x_2, \ldots, x_i$; 2° pour les $x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}$ fixes, $\sigma_i=\{x_i\to(\sigma x)_i\}$ soit une permutation de M_i appartenant à Γ_i. On démontre que $\mathcal{G}$ est un groupe de permutations de M que nous appelons le *produit complet des groupes de permutations* $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_s$ et que nous notons $\mathcal{G}=\Gamma_1\circ\Gamma_2\circ\ldots\circ\Gamma_s$. $\mathcal{G}$ est transitif si, et seulement si tous les Γ_i le sont (ce qui sera supposé dans la suite). Si, pour un i, on identifie $((x_1, x_2, \ldots, x_i), (x_{i+1}, x_{i+2}, \ldots, x_s))$ avec $(x_1, x_2, \ldots, x_s)$, on montre qu'on a $(\Gamma_1\circ\Gamma_2\circ\ldots\circ\Gamma_i)\circ(\Gamma_{i+1}, \Gamma_{i+2}, \ldots \Gamma_s)=\Gamma_1\circ\Gamma_2\circ\ldots\circ\Gamma_s$. La composition complète des groupes de permutations est associative, mais n'est pas commutative.

Choisissons un élément $m=(m_1, m_2, \ldots, m_s)$ de M, qui en sera dit l'*élément distingué*. Soit, pour tout i, $\mathcal{G}_i<m>\subset\mathcal{G}$ le groupe de toutes les permutations $\sigma\in\mathcal{G}$ qui conservent les i premières coordonnées de m (autrement dit, si $j\leq i$, on a $(\sigma m)_j=m_j$). La suite $\mathcal{G}=\mathcal{G}_0<m>\supset\mathcal{G}_1<m>\supset\ldots\supset\mathcal{G}_s<m>$ sera dite la *m-suite* de $\mathcal{G}$. De même, pour un sous groupe G de $\mathcal{G}$, on donnera le même nom à la suite des $\mathrm{G}_i<m>=\mathrm{G}\cap\mathcal{G}_i<m>$. Un sous groupe h d'un groupe H sera dit *anti-invariant* dans H s'il ne possède d'autre sous groupe que l'unité qui soit invariant dans H. Supposons que G soit transitif. Alors, on constate que $\mathrm{G}_s<m>$ est anti-invariant dans G. Sous la même hypothèse $\{\sigma\mathrm{G}_i<m>\to(\sigma m)_i\}$ (où σ parcourt $\mathrm{G}_{i-1}<m>$) est pour tout i, une application biunivoque de l'ensemble $\mathrm{G}_{i-1}<m>/\mathrm{G}_i<m>$ des classes à droite dans $\mathrm{G}_{i-1}<m>$ suivant $\mathrm{G}_i<m>$ sur M_i, et, pour tout $\tau\in\mathrm{G}_{i-1}<m>$, $\{\{\sigma\mathrm{G}_i<m>\to\tau\sigma\mathrm{G}_i<m>\}\to\{(\sigma m)_i\to(\tau\sigma m)_i\}\}$ (où σ parcourt $\mathrm{G}_{i-1}<m>$) est une application biunivoque de la représentation de $\mathrm{G}_{i-1}<m>$ à l'aide de son sous-groupe $\mathrm{G}_i<m>$ sur un sous-groupe transitif Γ'_i de Γ_i. Ces applications, considérées comme identifications, sont appellées *m-identifications*.

Soient H et H′ deux groupes, possédant les suites $\mathrm{H}=\mathrm{H}_0\supset\mathrm{H}_1\supset\ldots\supset\mathrm{H}_s$ et $\mathrm{H}'=\mathrm{H}'_0\supset\mathrm{H}'_1\supset\ldots\supset\mathrm{H}'_s$ de leurs sous-groupes telles que : *a*. H_s, H'_s soient anti-invariants dans H, H′; *b*. pour tout i, $\mathrm{H}_{i-1}/\mathrm{H}_i$ et $\mathrm{H}'_{i-1}/\mathrm{H}'_i$ soient identifiés avec un même ensemble M_i, de manière que H_i, H'_i soient identifiés avec un même $m_i\in\mathrm{M}_i$. Cette identification, si on l'étend aux permutations des ensembles identifiés, identifie les représentations des H_{i-1}, H'_{i-1} à l'aide des H_i, H'_i avec des groupes transitifs de permutations Γ_i, Γ'_i de M_i. Un isomorphisme de H sur H′ sera dit un $(\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2, \ldots, \mathrm{M}_s)$ *isomorphisme* s'il respecte, pour tout i, les identifications précédentes des $\mathrm{H}_{i-1}/\mathrm{H}_i$ et $\mathrm{H}'_{i-1}/\mathrm{H}'_i$ avec M_i et si les applications de M_i induites, en vertu de cette identification, par les éléments correspondants des H_{i-1}, H'_{i-1} sont les mêmes (d'où $\Gamma_i=\Gamma'_i$).

Si Γ_i est un sous-groupe de Γ_i et si $m=(m_1, m_2, \ldots, m_s)$, on démontre le

Théorème I. — *Il existe un* $(\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2, \ldots, \mathrm{M}_s)$-*isomorphisme* γ_1 *de* H *sur un*

sous groupe transitif G *de* $\mathcal{G} = \Gamma_1 \circ \Gamma_2 \circ \ldots \circ \Gamma_s$ *relativement aux m-identifications.*

Pour démontrer cette affirmation, on choisit, pour tout i et pour tout $x_i \in M_i$, un élément $\rho(x_i) \in H_{i-1}$, appartenant à la classe suivant H_i identifiée avec x_i et telle que $\rho(m_i)$ soit l'unité de H. Tout $X \in H/H_s$ s'écrit univoquement $X = \rho(x_1)\rho(x_2), \ldots, \rho(x_s) H_s$. On pose $\theta_\rho X = (x_1, x_2, \ldots, x_s) \in M$ et l'on démontre que l'application η_ρ définie, pour tout $\sigma \in H$, par $\eta_\rho \sigma = \{\theta_\rho X \to \theta_\rho \sigma X\}$ est un isomorphisme de la forme cherchée de H dans $\mathcal{G}$.

Soit $\mathcal{G}_i^* < m >$ le plus grand sous-groupe de $\mathcal{G}_i < m >$ invariant dans $\mathcal{G}_{i-1} < m >$. On a le

Théorème II. — *Un isomorphisme* η *d'un sous-groupe transitif* $G \subseteq \mathcal{G}$ *sur un sous groupe transitif* $G' \subseteq \mathcal{G}$ *est un* $(M_1, M_2, \ldots, M_s)$ *isomorphisme (relativement aux m-identifications), si et seulement s'il est induit par l'automorphisme intérieur* $\sigma \to \lambda\sigma\lambda^{-1}$ *de* $\mathcal{G}$, *où* $\lambda \in \mathcal{G}^0 < m > = \bigcap_i \mathcal{G}_i^* < m >$.

Soient $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_s$, s groupes abstraits considérés, par identification avec leurs représentations régulières, comme groupes de permutations des ensembles $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_s$. Dans ce cas spécial (auquel on se bornera dorénavant), $\mathcal{G} = \Gamma_1 \circ \Gamma_2 \circ \ldots \circ \Gamma_s$ est dit le *produit complet des groupes abstraits*. Pour ce concept, les notions et les résultats énoncés plus haut se précisent comme suit : on choisit comme élément distingué l'élément $e = (e_1, e_2, \ldots, e_s)$ et la e-suite de $G \subseteq \mathcal{G}$ est dite *canonique* (et l'on écrit G_i au lieu de $G_i < e >$). De même, les e identifications sont dites canoniques. Pour tout i, G_i est invariant dans G_{i-1}. G est transitif si, et seulement si, pour tout i, on a $\overline{\Gamma}_i = \Gamma_i$.

$H = H_0 \supset H_1 \supset \ldots \supset H_s$, $H' = H'_0 \supset H'_1 \supset \ldots \supset H'_s$ étant des suites de sous-groupes des groupes H, H' telles que : α. pour tout i, H_i, H'_i soient invariants dans H_{i-1}, H'_{i-1}, et H_s, H'_s soient anti invariants dans H, H'; β. pour tout i, H_{i-1}/H_i et H'_{i-1}/H'_i soient identifiés, en tant que groupes, avec un même groupe abstrait Γ_i, un isomorphisme de H sur H' est dit un $(\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_s)$-*isomorphisme* s'il respecte ces identifications. Le théorème I établit l'existence d'un tel isomorphisme de H dans $\mathcal{G} = \Gamma_1 \circ \Gamma_2 \ldots \circ \Gamma_s$ (avec ses identifications canoniques), et le théorème II, où $\mathcal{G}^0 < m >$ devient $\mathcal{G}_s$, donne un critère de $(\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_s)$-isomorphie des sous-groupes transitifs de $\mathcal{G}$.

Pour $s = 2$, on peut déterminer les sous-groupes transitifs G de $\mathcal{G} = \Gamma_1 \circ \Gamma_2$ tels que G_s soit l'unité (nous les appelons *schreieriens*). Cette détermination fait apparaître les systèmes de facteurs de Schreier ([1]), et en met en évidence une autre signification, qui n'était pas connue. D'autre part, le théorème II fournit les *Trasformationsgrössen* ([1]). Ainsi, les théorèmes I et II donnent, dans ce cas spécial, une nouvelle solution du problème de Schreier. Pour $s > 2$, la détermination des sous-groupes schreieriens n'est pas, en principe, plus difficile, mais conduit à des calculs actuellement inextricables.

Un exposé détaillé de la théorie esquissée sera publié ailleurs.

([1]) *Voir* Zassenhaus, *Lehrbuch der Gruppentheorie*, Leipzig, 1937.

THÉORIE DES GROUPES. — *Les distributions dans les groupes abéliens localement compacts.* Note (*) de M. **Jean Riss**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous reprenons les notations de notre précédente Note. De plus, $\mathcal{D}_\Omega$ désignera le sous-espace de $\mathcal{D}$ des fonctions nulles en dehors de compacts contenus dans Ω.

Dans chaque $\mathcal{D}_C$ on considérera la topologie d'espace vectoriel localement convexe définie à l'aide de toutes les semi-normes

$$\|f\|_{D_1, D_2, \ldots D_n} = \sup_x |D_1 f(x)| + \ldots + \sup_x |D_n f(x)|,$$

où les $D_1, \ldots, D_n$ sont des opérateurs de dérivation d'ordre quelconque ou l'opérateur identique. Donc, dans un $\mathcal{D}_C$ des $f \to 0$, si elles convergent uniformément vers zéro ainsi que chacune de leurs dérivées.

Définition. — Les formes linéaires sur $\mathcal{D}$ continues sur chacun des $\mathcal{D}_C$ sont, par définition, les distributions sur G [1].

Au lieu de considérer des distributions définies sur $\mathcal{D}$, on pourrait plus généralement considérer des formes linéaires définies sur $\mathcal{D}_\Omega$ et continues sur chacun des $\mathcal{D}_C$ avec $C \subset \Omega$; on dira alors que la distribution est définie sur $\mathcal{D}_\Omega$. Dans ces conditions on a le :

Théorème 1. — *Si des distributions $(T_\lambda)_{\lambda \in L}$ sont définies respectivement sur les $(\Omega_\lambda)_{\lambda \in L}$ formant un recouvrement ouvert relativement compact et localement fini et si chaque fois que $f \in \mathcal{D}_{\Omega_\lambda} \cap \mathcal{D}_{\Omega_\mu}$ on a $T_\lambda(f) = T_\mu(f)$, alors il existe une distribution et une seule définie sur $\mathcal{D}_\Omega$ où $\Omega = \bigcup_{\lambda \in L} \Omega_\lambda$ et coïncidant avec T_λ dans $\mathcal{D}_{\Omega_\lambda}$.*

En particulier, si une distribution T est nulle dans tous les ouverts Ω_λ, elle sera nulle dans leur réunion. D'où la notion de noyau d'une distribution : c'est le plus petit ensemble fermé, tel que la distribution considérée s'annule pour toute fonction à support contenu dans son complémentaire.

Il est possible de préciser la forme générale des distributions dans les sous-espaces $\mathcal{D}_C$. Si $\mu(x)$ désigne une mesure sur G, et si D est un opérateur de dérivation (pouvant se réduire à l'identité), l'expression

$$T(f) = \int (Df)\, d\mu(x)$$

est une distribution particulière que l'on appellera une dérivée de mesure. On a alors le :

(*) Séance du 18 octobre 1948.

(1) Ces résultats ne sont que l'extension aux groupes abéliens localement compacts d'une partie des résultats de M. Schwartz dans le cas $G = R^n$.

THÉORÈME 2. — *Dans tout $\mathcal{D}_c$, toute distribution est une combinaison linéaire de dérivées de mesures.*

Quant aux distributions elles-mêmes on peut en munir leur ensemble $\mathcal{D}'$, qui est un espace vectoriel sur le corps des complexes, d'une topologie d'espace vectoriel localement convexe comme suit :

Soit A une famille de $f \in \mathcal{D}$, nulles en dehors d'un même compact, bornées dans leur ensemble et également continues, ainsi que chacune de leurs dérivées. A toute famille A et à tout $\varepsilon > 0$ on associe dans $\mathcal{D}'$ le voisinage V(A, ε) des T telles que

$$|T(f)| < \varepsilon \quad \text{pour toute} \quad f \in A.$$

Soit $\mathcal{E}$ l'ensemble des fonctions continues indéfiniment dérivables à dérivées continues. Toute $\varphi \in \mathcal{E}$ définit une distribution

$$\varphi(f) = \int \varphi f \, dx.$$

On peut donc considérer $\mathcal{E}$ comme contenu dans $\mathcal{D}'$ et l'on a le :

THÉORÈME 3. — *$\mathcal{E}$ est partout dense dans $\mathcal{D}'$.*

On peut établir ce théorème en montrant, à l'aide du théorème 2 et en introduisant une partition de l'unité en fonctions de $\mathcal{D}$, que si $\rho \in \mathcal{D}$, alors $T \star \rho(f) = T(\rho \star f)$ est une fonction, puis en montrant que l'on peut choisir ρ de telle façon que dans $\mathcal{D}'$, $T \star \rho$ soit arbitrairement voisin de T.

Ce théorème permet d'étendre par continuité à l'espace $\mathcal{D}'$ tout entier certaines opérations définies sur $\mathcal{E}$, telles que par exemple la dérivation. Elle s'obtient d'ailleurs par la formule

$$d_r T(f) = T(-d_r f),$$

ce qui permet d'attribuer une dérivée à toutes les fonctions sommables sur tout compact; cette dérivée étant évidemment en général une distribution. Il se peut d'ailleurs que si la dérivée existe au sens ordinaire du mot elle ne coïncide pas avec la dérivée au sens distribution, mais pour toute $f \in \mathcal{D}$ les deux définitions coïncident. Tout ceci résulte du fait que si $f \in \mathcal{D}$, on a pour toute représentation

$$\int d_r f(x) \, dx = 0.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des noyaux réciproques.* Note (*) de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Henri Villat.

Un noyau K(t, x) est dit réciproque si la relation

$$(1) \qquad g(t) = \int_0^\infty K(t, x) f(x) \, dx$$

(*) Séance du 18 octobre 1948.

entraîne

$$f(t)=\int_0^\infty K(t, x)\, g(x)\, dx, \tag{2}$$

et réciproquement.

Nous nous proposons de donner une propriété de ces noyaux qui facilite leur détermination et généralise des résultats que nous avons donnés antérieurement (¹).

Supposons une transformation fonctionnelle de la forme

$$\varphi(p)=\int_0^\infty \Phi(p, t) f(t)\, dt, \tag{3}$$

qui fait correspondre à une fonction $f(t)$ une fonction $\varphi(p)$, par l'intermédiaire de la fonction $\Phi(p, t)$, dans la mesure où l'intégrale (3) a un sens; nous poserons symboliquement

$$\varphi(p) \underset{\Phi}{\subset} f(t), \qquad f(t) \underset{\Phi}{\supset} \varphi(p).$$

Appliquons aux deux membres des équations (1) et (2) la transformation (3); en admettant la convergence des intégrales et en posant $\theta(p) \underset{\Phi}{\subset} g(t)$, $\varphi(p) \underset{\Phi}{\subset} f(t)$ nous obtenons

$$\theta(p)=\int_0^\infty \Phi(p, t)\, dt \int_0^\infty K(t, x) f(x)\, dx=\int_0^\infty f(x)\, dx \int_0^\infty \Phi(p, t) K(t, x)\, dt, \tag{1'}$$

$$\varphi(p)=\int_0^\infty \Phi(p, t)\, dt \int_0^\infty K(t, x)\, g(x)\, dx=\int_0^\infty g(x)\, dx \int_0^\infty \Phi(p, t) K(t, x)\, dt, \tag{2'}$$

en admettant la possibilité de l'interversion de l'ordre des intégrations.

Imaginons que $K(t, x)$ soit d'une forme telle que l'on ait

$$K(t, x) \underset{\Phi}{\supset} \rho(p)\Phi[\psi(p), x], \tag{4}$$

$\psi(p)$ étant *périodique d'ordre deux* : $\psi\psi(p)=p$.

Les équations (1′) et (2′) prennent les formes

$$\theta(p)=\rho(p)\int_0^\infty \Phi[\psi(p), x] f(x)\, dx=\rho(p)\varphi[\psi(p)], \tag{1''}$$

$$\varphi(p)=\rho(p)\int_0^\infty \Phi[\psi(p), x]\, g(x)\, dx=\rho(p)\theta[\psi(p)]. \tag{2''}$$

Compte tenu de ce que $\psi(p)$ est périodique d'ordre 2 et en supposant satisfaite la relation complémentaire

$$\rho(p)\rho[\psi(p)]=1, \tag{5}$$

les équations (1″) et (2″) seront équivalentes.

(¹) M. Parodi, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1877.

Ainsi, si $K(t, x) \underset{\Phi}{\supset} \rho(p)\Phi[\psi(p), x]$ avec $\rho(p)\rho[\psi(p)] = 1$, les relations (1) et (2) seront vérifiées simultanément : *un noyau réciproque est donc tel, qu'étant donnée une fonction* $\Phi(p, t)$, *il est solution de l'équation intégrale*

$$(4') \qquad \int_0^\infty \Phi(p, t) K(t, x)\, dt = \rho(p)\Phi[\psi(p), x],$$

$\psi(p)$ *étant périodique d'ordre 2 et* $\rho(p)$ *satisfaisant à l'équation* (5).

Cette remarque permet de construire des noyaux réciproques : il suffit de fixer $\Phi(p, t)$, $\psi(p)$ et $\rho(p)$, puis de résoudre l'équation intégrale (5′).

Le noyau $\Phi(p, t)$ étant arbitraire, notons que l'on peut le choisir de façon qu'il soit lui-même réciproque; dans ces conditions la solution de (4′) s'écrit

$$K(t, x) = \int_0^\infty \Phi(t, z)\rho(z)\Phi[\psi(z), x]\, dz$$

qui, si l'intégrale converge, représente également un noyau réciproque.

Donnons des exemples.

a. Soit

$$\Phi(p, t) = \cos pt, \qquad \psi(p) = 1 - p, \qquad \rho(p) = e^{1-2p};$$

ψ est périodique d'ordre 2 et l'on a $\rho(p)\rho(1-p) = 1$; le noyau réciproque correspondant est par suite

$$k(t, x) = \frac{2e}{\pi}\int_0^\infty e^{-2z} \cos tz \cos(1 - z)x\, dz.$$

b. Soit

$$\Phi(p, t) = p^{\frac{\nu}{2}} t^{-\frac{\nu}{2}} J_\nu(2\sqrt{pt}), \qquad \psi(p) = \frac{1}{p}, \qquad \rho(p) = \frac{1}{p^\lambda}.$$

On a

$$\psi\psi(p) = p, \qquad \rho(p)\rho[\psi(p)] = 1$$

et le noyau réciproque s'écrit

$$k(t, x) = t^{\frac{\nu}{2}} x^{-\frac{\nu}{2}} \int_0^\infty \frac{J_\nu(2\sqrt{tz})\, J_\nu\left(2\sqrt{\frac{x}{z}}\right)}{z^{\lambda-\nu}}\, dz$$

à condition que λ et ν soient tels que l'intégrale converge :

$$\nu > 0, \qquad \frac{3}{4} - \frac{3\nu}{2} < \lambda < \frac{3}{4} - \frac{\nu}{2}.$$

c. De même, on montrerait que

$$K(t, x) = \frac{t^{+\frac{\nu}{2}}}{\Gamma(-\nu - 1)} \int_x^\infty \frac{J_\nu(2\sqrt{tz})}{z^{\frac{3}{2}\nu+2}}\, dz$$

avec

$$-\frac{2}{3} < \nu < 0,$$

est réciproque.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Inégalités relatives à la distribution des valeurs d'une fonction méromorphe dans le cercle unité.* Note (*) de M. **E. F. Collingwood**, présentée par M. Paul Montel.

1. Nous appliquons la méthode de nos précédentes Notes ([1]) au cas d'une fonction méromorphe dans le cercle $|z|<1$. Les résultats obtenus sont analogues à ceux du cas parabolique avec la différence due au fait que le lemme d'Iversen n'est pas applicable.

Nous conserverons les définitions des Notes précédentes en substituant, lorsque ce sera nécessaire, la limite $r=1$ à $r=R$. Ainsi, par exemple, nous écrirons

$$I[\sigma(r), f] = \overline{\lim_{r=1}} \frac{\overset{+}{\log} \frac{1}{\sigma(r)}}{T(r, f)}.$$

2. Le théorème principal s'énonce ainsi :

Théorème. — *Soit $f(z)$ une fonction méromorphe dans $|z|<1$, $T(r, f)$ étant non borné; si $\sigma(r)$ est une fonction r non croissante dans $0 \leq r < 1$ et a un nombre complexe quelconque, fini ou infini, on se trouve dans l'un des cas suivants :*

(*i*). *$r=1$ n'est pas point limite de $\mathcal{C}\mathcal{E}[a, \sigma(r)]$ et on a les inégalités*

$$(1)\quad \begin{cases} (a) & \Delta(a) \leq \pi \overline{\lim\limits_{r=1}} \dfrac{P[r, a, \sigma(r)]}{T(r, f)} + \bar{I}[\sigma(r), f], \\ (b) & \delta(a) \leq \pi \overline{\lim\limits_{r=1}} \dfrac{P[r, a, \sigma(r)]}{T(r, f)} + \underline{I}[\sigma(r), f], \\ (c) & \delta(a) \leq \pi \underline{\lim\limits_{r=1}} \dfrac{P[r, a, \sigma(r)]}{T(r, f)} + \bar{I}[\sigma(r), f]. \end{cases}$$

(*ii*). *$r=1$ est point limite des deux ensembles $\mathcal{E}[a, \sigma(r)]$ et $\mathcal{C}\mathcal{E}[a, \sigma(r)]$, et pour $r' \in \mathcal{E}[a, \sigma(r)]$, on a*

$$\begin{aligned} \delta(a) &\leq \pi \underline{\lim_{r'=1}} \frac{P[r', a, \sigma(r')]}{T(r', f)} + I[\sigma(r), f], \\ &\leq \pi \overline{\lim_{r=1}} \frac{P[r, a, \sigma(r)]}{T(r, f)} + \bar{I}[\sigma(r), f]. \end{aligned}$$

(*iii*). *$r=1$ n'est pas point limite de $\mathcal{E}[a, \sigma(r)]$.*

La démonstration reste la même avec de petites différences.

Nous avons démontré que, *si $r=1$ est point limite de $E=E[a, \sigma(r), p(r)]$, on a, pour $r \in E$,*

$$m(r, a) < [\pi + o(1)]\, p(r) + \overset{+}{\log} \frac{1}{\sigma(r)}(r) + O(1).$$

(*) Séance du 11 octobre 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **227**, 1948, p. 615, 709 et 749.

Ce résultat donne comme corrollaires les deux lemmes suivants :

Lemme 1. — *Étant données les fonctions $\sigma(r)$ et $p(r)$ et un nombre complexe a, si l'une des inégalités*

$$\Delta(a) > \pi \varlimsup_{r \to 1} \frac{p(r)}{\mathrm{T}(r, f)} + \bar{\mathrm{I}}[\sigma(r), f],$$

$$\delta(a) > \pi \varliminf_{r = 1} \frac{p(r)}{\mathrm{T}(r, f)} + \mathrm{I}[\sigma(r), f]$$

est satisfaite, $r = 1$ est point limite de $\mathcal{C}\,\mathrm{E}[a, \sigma(r), p(r)]$.

Lemme 2. — *Étant données $\sigma(r)$, $p(r)$ et un nombre complexe a, si*

$$\delta(a) > \pi \varlimsup_{r = 1} \frac{p(r)}{\mathrm{T}(r, f)} + \mathrm{I}[\sigma(r), f],$$

$r = 1$ n'est pas un point de limite de $\mathrm{E}[a, \sigma(r), p(r)]$.

Supposons $0 < \mathrm{I}[\sigma(r), f] < \Delta(a)$ et choisissons $p(r)$ telle que

$$(2) \qquad \pi \lim_{r = 1} \frac{p(r)}{\mathrm{T}(r, f)} = \Delta(a) - \bar{\mathrm{I}}[\sigma(r), f] - \varepsilon,$$

où $\varepsilon > 0$ est arbitrairement faible. Donc, d'après le lemme 1, $r = 1$ est point limite de $\mathcal{C}\,\mathrm{E}[a, \sigma(r), p(r)]$. Mais, si $r = 1$ n'est pas point limite de $\mathcal{C}\,\mathcal{E}[a, \sigma(r)]$, il s'ensuit que, pour $r' \in \mathcal{C}\,\mathrm{E}[a, \sigma(r), p(r)]$ et assez voisin de $r = 1$,

$$\mathrm{P}[r', a, \sigma(r')] > p(r').$$

Parce qu'autrement il y aurait au moins un domaine $\mathrm{G}[r', a, \sigma(r')]$ non borné. Donc

$$\pi \varlimsup_{r = 1} \frac{\mathrm{P}[r, a, \sigma(r)]}{\mathrm{T}(r, f)} \geq \pi \lim_{r' = 1} \frac{\mathrm{P}[r', a, \sigma(r')]}{\mathrm{T}(r', f)} \geq \pi \lim_{r' = 1} \frac{p(r')}{\mathrm{T}(r', f)} = \Delta(a) - \mathrm{I}[\sigma(r), f] - \varepsilon,$$

ce qui démontre (1) (a). On déduit (1) (b) du lemme 1 et (1) (c) du lemme 2 en égalant le premier membre de (2) à $\delta(a) - \mathrm{I}[\sigma(r), f] - \varepsilon$ ou à $\delta(a) - \mathrm{I}[\sigma(r), f] - \varepsilon$.

Pour démontrer (a) nous observerons que, si nous choisissons $p(r)$ tel que $\lim[p(r)/\mathrm{T}(r, f)] = \delta(a) - \mathrm{I}[\sigma(r), f] - \varepsilon$ nous aurons, d'après le lemme 1, $r = 1$ comme point limite de $\mathrm{E}[a, \sigma(r), p(r)]$, donc tous les points de $\mathcal{E}[a, \sigma(r)]$ suffisamment proches de $r = 1$ seront des points de l'ensemble produit $\mathcal{E}[a, \sigma(r)] . \mathcal{C}\,\mathrm{E}[a, \sigma(r), p(r)]$ dans lequel $\mathrm{P}[r, a, \sigma(r)] > p(r)$. D'où, en écrivant $r' \in \mathcal{E}[a, \sigma(r)]$,

$$\pi \varlimsup_{r = 1} \frac{\mathrm{P}[r, \sigma(r)]}{\mathrm{T}(r, f)} \geq \pi \lim_{r' = 1} \frac{\mathrm{P}[r', a, \sigma(r')]}{\mathrm{T}(r', f)} \geq \pi \lim_{r' = 1} \frac{p(r')}{\mathrm{T}(r', f)} = \delta(a) - \mathrm{I}[\sigma(r), f] - \varepsilon.$$

3. Les relations métriques sont encore de forme analogue à celles relatives au cas parabolique, mais avec cette importante différence qu'elles ne sont valables que dans l'ensemble $\mathcal{E}[a, \sigma(r)]$. Supposons, par exemple, que $r = 1$ ne

soit pas point limite de $\mathcal{C}\mathcal{E}[a, \sigma(r)]$, que $\delta(a) > 0$ et que $\sigma(r)$ ait pour indice $\bar{I}[\sigma(r), f) = \vartheta\delta(a)$, avec $0 \leq \vartheta < 1$, on aura alors

$$\pi \varlimsup_{r=1} \frac{P[r, a, \sigma(r)]}{T(r, f)} \geq (1 - \vartheta)\delta(a) > 0.$$

En résumé, notre théorème montre que, si $\delta(a) > 0$ et $I[\sigma(r), f] < \delta(a)$, toute circonférence $|z| = r$ intercepte, quand $r \to 1$ soit un domaine $G[r, a, \sigma(r)]$ *non borné*, soit un domaine $G[r, a, \sigma(r)]$ *borné* où la valence de $f(z)$ est de l'ordre de grandeur de $T(r, f)$.

TOPOLOGIE. — *Sur le* second obstacle *d'un champ d'éléments de contact dans une structure fibrée sphérique*. Note (*) de M. **Wu Wen Tsun**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Considérons une structure fibrée $\mathfrak{F}$ sur la base K et de fibre F. Supposons que les deux premiers groupes d'homotopie non nuls de F soient $\pi_{h-1}(F)$ et $\pi_{k-1}(F)$ $k > h > 1$. Définissons un *champ* (section) $\{\varphi\}$ sur le squelette K^0 et étendons-le, pas à pas aux squelettes K^1, K^2, ..., jusqu'à K^{h-1}. On rencontre alors une difficulté et l'on obtient un cocycle h-dimensionel z^h à coefficients $\in \pi_{h-1}(F)$. La classe ζ^h de z^h, appelée le *premier obstacle*, est indépendant du champ $\{\varphi\}$ particulier et sa nullité est une condition nécessaire et suffisante pour l'existence d'un certain champ sur K^h. Soit alors $\zeta^h = 0$ et $\{\varphi\}$ un tel champ sur K^h. On peut étendre $\{\varphi\}$ aux K^{h+1}, ..., K^{k-1} et l'on obtient un cocycle z^k à coefficients $\in \pi_{k-1}(F)$. La classe ζ^k de z^k s'appelle le *deuxième obstacle* associé au champ $\{\varphi\}$. Cette classe dépend du champ $\{\varphi\}$ défini et le problème de déterminer les relations entre les divers deuxièmes obstacles a fait l'objet de recherches récentes de topologie algébrique, mais n'est résolu que dans des cas particuliers (1). Nous nous proposons d'étudier dans cette Note le deuxième obstacle d'un champ de m-éléments (ou éléments de contact de dimension m) dans une structure fibrée sphérique $\mathfrak{S}^{(n-1)}$ de fibre S^{n-1}, ou, ce qui revient au même, d'un champ dans une structure fibrée associée dont la fibre est une variété grassmannienne. Notre méthode s'appuie sur un théorème de H. Whitney, à savoir le suivant (2) :

Soient $\mathfrak{S}_1^{(n_1-1)}$ et $\mathfrak{S}_2^{(n_2-1)}$ deux structures fibrées sphériques sur la même base K et $\mathfrak{S}_0^{(n_0-1)} = \mathfrak{S}_1^{(n_1-1)} \cup \mathfrak{S}_2^{(n_2-1)} (n_0 = n_1 + n_2)$ leur *produit* défini de manière que la sphère $S_0(p)$ dans $\mathfrak{S}_0$ sur $p \in K$ soit le joint des sphères $S_1(p)$ et $S_2(p)$ dans $\mathfrak{S}_1$ et $\mathfrak{S}_2$. Soient $W_2(\mathfrak{S}_i) = 1 + W_2^1(\mathfrak{S}_i).t + \ldots + W_2^{n_i}(\mathfrak{S}_i).t^{n_i} (i = 0, 1, 2)$ le polynome caractéristique de $\mathfrak{S}_i$, où $W_2^k(\mathfrak{S}_i)$ sont les classes caractéristiques

(*) Séance du 18 octobre 1948.

(1) N. E. Steenrod, *Annals of Math.*, 48, 1947, p. 290-320; H. Hopf, *Colloque de Topologie algébrique*, Paris, 1947. Voir aussi Note (4).

(2) *Michigan Lectures*, p. 132.

réduites mod 2 de $\mathfrak{S}$, au sens de Stiefel-Whitney et 1 la I_2-classe unitée o-dimensionnelle (I_m = groupe d'entiers mod m). Alors

$$W_2(\mathfrak{S}_0) = W_2(\mathfrak{S}_1) \cup W_2(\mathfrak{S}_2).$$

2. Étudions d'abord le cas d'éléments linéaires non orientés [3] dans $\mathfrak{S}^{(n-1)}$ sur $K(n > 2)$. Le premier obstacle est nul et le deuxième obstacle est donc défini. Soit ζ^n (à coefficients $\in I_0$) le deuxième obstacle associé à un champ $\{\varphi\}$ d'éléments linéaires non orientés sur K^{n-1}. Soit $\{\psi\}$ un autre champ déduit d'un champ de vecteurs. L'obstacle de *coïncidence* de $\{\varphi\}$ et $\{\psi\}$ est une I_2 classe ξ_2^1 de dimension 1 qui ne dépend, en réalité, que de $\{\varphi\}$. La classe ζ_2^n, déduite de ζ^n par réduction mod 2, s'exprime alors en fonction de ξ_2^1 et des classes caractéristiques $W_2^n = W_2^n(\mathfrak{S}^{(n-1)})$ par

$$(1) \qquad \zeta_2^n = (\xi_2^1)^n + W_2^1(\xi_2^1)^{n-1} + \ldots + W_2^{n-1}\xi_2^1 + W_2^n,$$

la multiplication et la puissance étant le $\cup$ produit.

Pour le démontrer, considérons une structure fibrée sphérique $\mathfrak{S}^{(0)}$ *simple* sur la base K et formons le produit : $\mathfrak{S}^{(n)} = \mathfrak{S}^{(n-1)} \cup \mathfrak{S}^{(0)}$. Le champ $\{\varphi\}$ donné n'est défini que sur K^{n-1}, mais, considéré comme un champ dans $\mathfrak{S}^{(n)}$, s'étend sur le squelette K^n qui définit alors d'une manière évidente une structure fibrée sphérique $\mathfrak{S}_1^{(0)}$ sur la base K^n. Soit $\mathfrak{S}_1^{(n-1)}$ la structure sur K^n définie par un champ de n-éléments dans $\mathfrak{S}^{(n)}$ complètement orthogonaux à $\{\varphi\}$. Alors $\mathfrak{S}^{(n)}/K = \mathfrak{S}_1^{(0)} \cup \mathfrak{S}_1^{(n-1)}$.

En appliquant le théorème de Whitney et en remarquant que $W_2(\mathfrak{S}^{(0)}) = 1$, on aura :

$$W_2(\mathfrak{S}^{(n-1)}) = W_2(\mathfrak{S}^{(n)}) = W_2(\mathfrak{S}_1^{(0)}) \cup W_2(\mathfrak{S}_1^{(n-1)}),$$

ou

$$(2) \qquad 1 + W_2^1 t + \ldots + W_2^n t^n = (1 + \xi_2^1 t)(1 + \zeta_2^1 t + \ldots + \zeta_2^n t^n),$$

dont ξ_2^1 et ζ_2^n sont les mêmes que dans la formule (1). (1) est alors une conséquence de (2).

Dans le cas d'un champ d'éléments linéaires complexes dans une structure fibrée sphérique complexe la formule (1) devient [4]

$$\zeta^{2n} = (\xi^2)^n + C^2(\xi^2)^{n-1} + \ldots + C^{2n},$$

où C^{2k} sont les classes caractéristiques définies par S. Chern [5]. On le démontre par la même méthode, en utilisant une généralisation du théorème de Whitney.

3. Pour un champ de 2 éléments orientés dans $\mathfrak{S}^{(n-1)}(n > 4)$, le deuxième

---

(3) Le problème d'éléments linéaires non orientés m'a été posé par M. T. H. Kiang.

(4) La présente Note est inspirée par cette formule, due à M. Kundert, d'après une communication orale de M. H. Hopf.

(5) *Annals of Math.*, 47, 1946, p. 85-121.

obstacle ζ^{n-1}, qui est une I_0- ou I_2 classe selon que n est pair ou impair, est donné par les formules suivantes :

$$\zeta_2^{n-1} = \begin{cases} (\xi_2^2)^{\frac{n-1}{2}} + W_2^2(\xi_2^2)^{\frac{n-3}{2}} + \ldots + W_2^{n-1}, & n \text{ impair}, \\ W_2^1(\xi_2^2)^{\frac{n-2}{2}} + W_2^3(\xi_2^2)^{\frac{n-4}{2}} + \ldots + W_2^{n-1}, & n \text{ pair}, \end{cases}$$

où ξ_2^2 est une I_2-classe quelconque, déduite d'une I_0 classe par réduction mod 2. Dans le cas d'un champ de 2 éléments non orientés, le *troisième obstacle* ζ_2^{3}, réduit mod 2, s'exprime en termes de $W_2^i(\mathfrak{S}^{n-1})$ et deux indeterminées ξ_2^1 et ξ_2^2, mais les formules sont compliquées.

La méthode précédente s'applique de même aux champs de m éléments ($m > 2$) dans quelques cas particuliers : par exemple, l'obstacle ζ^n pour m éléments ($m > 5$) dans $\mathfrak{S}^{n-1}$($n = m + 5$) et l'obstacle ζ^n pour m-éléments ($2 < m < 6$) dans $\mathfrak{S}^{n-1}$($n = m + 6$). De même pour les champs d'éléments composés (figures constituées d'un système d'éléments deux à deux orthogonaux).

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur l'équivalence des formes différentielles extérieures quadratiques à quatre variables*. Note de M. Yen Chih Ta, présentée par M. Élie Cartan.

Soit Ω une forme différentielle extérieure quadratique à *quatre variables*, soit θ la forme de Pfaff définie par

$$d\Omega = [\theta\Omega].$$

Plusieurs cas peuvent se présenter

(*a*) $\theta = 0$, (*b*) $d\theta = 0$.

Dans ces deux cas, les Ω sont réductibles à des *formes canoniques* et ils admettent des groupes infinis de transformations [1]. On peut y ajouter un troisième cas.

(*c*) Théorème 1. — *Si $\theta = 0$ est complètement intégrable, Ω admet un groupe infini de transformations ponctuelles.*

Maintenant nous allons préciser des conditions pour qu'on puisse associer à Ω quatre formes de Pfaff invariantes. Nous dirons que Ω est du type général lorsque :

1° $d\theta$ est une forme différentielle *non dégénérée*; donc on peut réduire Ω et $d\theta$ simultanément, par une transformation linéaire sur les différentielles, aux formes

$$\Omega = [\omega^1\omega^2] + [\omega^3\omega^4],$$
$$d\theta = \lambda\{[\omega^1\omega^2] - [\omega^3\omega^4]\},$$

---

[1] *Voir* la note de M. Ehresmann et Mlle Libermann, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 420-421.

2° on suppose de plus [2]

$$\theta = \omega^1 + \omega^3,$$

et 3°

$$d\lambda = \lambda_2\omega^2 + \lambda_4\omega^4, \qquad \lambda_2\lambda_4 \neq 0.$$

On voit alors que λ, λ_2, λ_4 sont des *invariants absolus*, et les quatre formes *sont déterminées d'une façon unique*. Les plans invariants définis par $\omega^1 = 0$, $\omega^2 = 0$ ou $\omega^3 = 0$, $\omega^4 = 0$ respectivement seront appelés les *plans caractéristiques*.

D'abord il faut remarquer que les conditions supposées plus haut peuvent être réalisées. Après avoir déterminé les quatre formes invariantes ω^1, ω^2, ω^3, ω^4 on applique la méthode générale de M. É. Cartan. Formant les différentielles extérieures de ces formes, on obtient donc les *invariants fondamentaux*

$$(4) \qquad d\omega^i = T^i_{jk}[\omega^j\omega^k] \qquad i, j, k = 1, 2, \ldots 4.$$

Puisque les ω^i vérifient nécessairement les conditions (1), (2), (3), les T^i_{jk} vérifient certaines relations algébriques. On trouve donc *douze invariants fondamentaux*, à savoir λ, λ_4, λ_2, $\lambda_{4,4}$, $\lambda_{4,3}$, $\lambda_{2,1}$, $\lambda_{2,3}$, $\lambda_{4,2} - \lambda_{2,4}$, T^1_{24}, T^2_{13}, T^2_{24}, T^2_{14}.

Théorème 2. — *Si une forme différentielle quadratique à quatre variables est générale, son problème d'équivalence peut être réduit au problème d'équivalence spécial d'un système de quatre formes de Pfaff. Dans ce cas on trouve douze invariants fondamentaux.*

Si l'on considère l'équation différentielle

$$(5) \qquad \Omega = 0,$$

on n'a plus de forme invariante θ et d'invariant λ, mais $d\theta$ reste invariant. Pourtant, on voit facilement que λ est un invariant *relatif* et, si Ω vérifie la condition (1), on peut le réduire à l'unité en multipliant Ω par un facteur convenablement choisi.

Supposons donc $\lambda = 1$. θ est alors une forme invariante de (5), de plus, il vérifie toujours la condition (2) qui est, dans le cas traité ici, équivalente à la suivante : *aucun des champs de plans caractéristiques n'est complètement intégrable.*

On démontre que $\omega^1 = 0$ (resp. $\omega^3 = 0$) est le système dérivé de $\omega^1 = 0$, $\omega^2 = 0$ (resp. $\omega^3 = 0$, $\omega^4 = 0$), on l'appelle *système dérivé du champ caractéristique* [2]. Si le système $\omega^1 = 0$, $\omega^3 = 0$, qui définit des éléments intégraux de (5) que nous appellerons *éléments intégraux principaux, n'est pas complètement intégrable*, alors $T^1_{24} = -T^3_{24} \neq 0$; ce cas généralisé peut être réalisé. Déterminons ω^2 et ω^4 en imposant les conditions $T^1_{23} = -T^3_{41} = 0$, alors on a :

Théorème 3. — *Pour que le problème d'équivalence d'une équation différentielle extérieure quadratique $\Omega = 0$ soit réductible au problème d'équivalence spécial, il*

---

[2] Par contre, dans le cas traité plus haut le système dérivé du champ caractéristique n'est jamais confondu avec $\omega^1 = 0$ ou bien $\omega^3 = 0$.

suffit que Ω vérifie la condition (1) *et que le champ des éléments intégraux principaux ne soit pas complètement intégrable. Ici on trouve neuf invariants fondamentaux.*

Enfin il ne semble pas inutile de remarquer que les conditions imposées dans le théorème 3 impliquent la suivante : aucun des champs de plans caractéristiques n'est complètement intégrable et n'est contenu dans un champ complètement intégrable d'éléments à trois dimensions.

Dans cette dernière hypothèse M. Vranceanu a montré qu'il existait une *connexion affine* associée aux *variétés non holonomes complémentaires* formées par les deux champs de plans caractéristiques. Mais nous voyons aussi facilement que l'existence de quatre formes invariantes peut être affirmée, lorsque l'on peut associer une connexion affine par la méthode de Vranceanu ([3]).

ÉLASTICITÉ. — *Nouvelle méthode de calcul des portiques étagés, à nœuds rigides, comportant un grand nombre d'étages et sollicités dans leur plan par des forces horizontales.* Note (*) de M. N. SELEZNEFF, présentée par M. Albert Caquot.

Dans un portique à grand nombre d'étages de hauteur constante, l'écartement des poutres horizontales peut être considéré comme petit vis-à-vis de la hauteur totale de l'édifice.

Dès lors, dans le cas d'une sollicitation transversale quelconque du portique, les réactions élastiques d'appui des différentes poutres d'une même travée peuvent être supposées réparties d'une manière continue le long des colonnes adjacentes qu'elles relient.

En isolant une colonne quelconque du système global et en supposant cet élément en équilibre sous l'action de ses liaisons élastiques réparties, on peut établir l'équation différentielle de la déformée moyenne de ladite colonne.

L'intégration de cette équation différentielle permet de calculer analytiquement et d'une manière directe les déformations élastiques d'un nœud quelconque de la colonne isolée, sans devoir connaître les déformations des nœuds voisins.

Ces déformations étant communes, de par la rigidité des nœuds, aux poutres et aux montants qui concourent au nœud considéré, la sollicitation interne (M, N et T) de chacun de ces éléments est entièrement déterminée : il suffit d'introduire la valeur des déformations élastiques dans les formules fondamentales, bien connues, de résolution des cadres rigides.

Par cette transformation, il est possible de montrer que la sollicitation interne peut se déterminer par la seule connaissance des rotations des nœuds d'extrémités des barres.

([3]) *Mémorial Sc. Math.*, 76, 1936.

(*) Séance du 11 octobre 1948.

La solution du problème est relativement simple dans le cas du portique à deux colonnes égales, à moments d'inertie I_p des poutres I_h des colonnes, constante sur toute la hauteur de l'ossature.

Dans ce cas particulier et pour autant que le nombre d'étages soit suffisamment grand, il est possible d'établir des lignes d'influence spécifiques des rotations angulaires φ des nœuds, à n'importe quel niveau du portique.

La connaissance de ces lignes permet de résoudre élégamment le problème dans le cas de mises en charge extérieures horizontales quelconques.

L'intégration de ces lignes d'influence donne les valeurs des rotations φ des nœuds dans le cas de charges horizontales réparties suivant des lois simples.

Les formules auxquelles on aboutit sont complexes. Dans certains cas, cependant, elles se simplifient d'une manière très sensible.

De toute manière, elles peuvent se traduire en lignes d'influence spécifiques ou en abaques.

Ces graphiques s'établissent en fonction d'un coefficient sans dimension qui tient compte des caractéristiques élastiques et géométriques du portique. Ce coefficient, désigné par β et dénommé par l'auteur *coefficient de raideur d'ensemble*, caractérise entièrement le portique. Deux portiques différents ayant même coefficient β et sollicités par des charges homologues sont également homologues, au point de vue des déformations et sollicitations élastiques.

Lorsque dans le cas le plus général, le portique étagé comporte un nombre de colonnes supérieur à deux et quand, au surplus, les moments d'inertie I_h des colonnes et I_p des poutres varient suivant la hauteur du portique, le problème se complique au point de devenir inextricable analytiquement. Il reste néamoins soluble graphiquement.

L'auteur a résolu ce cas général d'une manière pratique en montrant :

a. Que tout portique à colonnes multiples peut se ramener à un portique fictif à deux colonnes égales, caractérisé par un *coefficient de raideur d'ensemble*.

A cet effet, il a établi des formules qui permettent de déterminer la position du point d'inflexion dans les poutres d'un portique à colonnes multiples.

b. Que les formules et abaques établis dans le cas simple du portique à deux colonnes égales, à moments d'inertie I_p et I_h constants sont, moyennant un artifice, encore applicables avec une bonne approximation au cas du portique à moments d'inertie variables.

A cette occasion, l'auteur a également établi une nouvelle méthode de correction basée uniquement sur la variation des rotations φ des nœuds. A chaque instant le calculateur est à même de contrôler l'approximation des résultats obtenus en vérifiant l'équilibre des moments autour du nœud étudié.

Il est à signaler que dans les cas pouvant être traités analytiquement, les résultats obtenus par la méthode des liaisons réparties sont quasi exacts quand

le nombre d'étages est supérieur à huit; ils restent très satisfaisants quand ce nombre descend à cinq.

Les avantages de la méthode proposée sont nombreux; la méthode permet en particulier :

1° de calculer directement la sollicitation interne (M, N et T) en un point quelconque de l'ossature sans devoir, pour cela, résoudre le système en entier, comme le demandent les méthodes connues.

2° de déterminer cette sollicitation interne dans le cas où la raideur des colonnes est beaucoup plus importante que celle des poutres. Cette éventualité se présente dans les bâtiments très hauts et l'application des méthodes existantes est très laborieuse dans ce cas.

3° de déterminer la flèche de l'ossature nue, critère de la déformabilité et de la stabilité.

4° de déterminer la solution économique de la construction, compte tenu des conditions de résistance et de déformabilité du système.

La méthode est susceptible d'extension à d'autres systèmes continus à grands nombres de cadres accolés.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Une formule pour le vecteur tourbillon d'un fluide visqueux élastique.* Note (*) de M. **Clifford Truesdell**, transmise par M. Henri Villat.

Dans une Note antérieure (¹) j'ai démontré la formule suivante pour les composantes ξ_i du vecteur tourbillon d'un milieu continu quelconque

$$(1)\qquad \frac{\xi_i}{\rho}=\left[\frac{\xi_\alpha}{\rho_0}-\frac{1}{2\rho_0}\int_{t_0}^{t} e_{ijk}e_{\alpha\beta\gamma}e_{lmn}\ddot{x}_{l,k}x_{m,\beta}x_{n,\gamma}\,dt\right]x_{i,\alpha}.$$

Dans un fluide visqueux élastique, on a

$$(2)\qquad \rho\ddot{x}_i=\rho f_i-p_{,i}+(\lambda\dot{x}_{k,k})_{,i}+(\mu\dot{x}_{j,i})_{,j}+(\mu\dot{x}_{i,j})_{,j},$$

où les f_i sont les composantes des forces extérieures, p, la pression et λ, μ, les coefficients de viscosité. Par conséquent,

$$(3)\qquad -e_{ijk}\ddot{x}_{j,k}=-e_{ijk}\left(f_j-\frac{\mu}{\rho}e_{jmp}\xi_{m,p}\right)_{,k}+e_{ijk}\left(p+\frac{\lambda+2\mu}{\rho}\frac{D\rho}{Dt}\right)_{,j}\left(\frac{1}{\rho}\right)_{,k}$$
$$+e_{ijk}\left(2\frac{\mu}{\rho}\frac{D\log\rho}{Dt}\right)_{,j}(\log\mu)_{,k}-e_{ijk}\left[\frac{\mu}{\rho}(\log\mu)_{,l}(\dot{x}_{j,l}+\dot{x}_{l,j})\right]_{,k}.$$

En substituant (3) dans (1), on trouve une formule générale pour le vecteur tourbillon d'un fluide visqueux élastique, de laquelle on peut déduire les trois mécanismes différents de la naissance des tourbillons à l'intérieur du fluide,

---

(*) Séance du 4 octobre 1948.

(¹) *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 757.

comme je l'ai fait ailleurs ([2]) en employant le théorème général de la circulation.

1. Chaque particule acquiert de la rotation par l'effet cumulatif de toutes les forces non conservatives ($e_{ijk} f_{j,k} \neq 0$) qu'elle rencontre le long de sa trajectoire. Par exemple, pour un fluide parfait ($\lambda = \mu = 0$) incompressible et homogène ($\rho =$ const.), on obtient l'équation

$$(4) \qquad \xi_i = \left| \xi_\alpha - \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} e_{ljk} e_{\alpha\beta\gamma} e_{lmn} f_{j,k}\, dt \right| X_{i,\alpha},$$

qui est équivalente au théorème tourbillonnaire de Jaffé ([3]).

2. Chaque particule acquiert de la rotation en traversant un espace où les surfaces isostatiques ($\rho =$ const.) et les surfaces isobariques ($p =$ const.) se coupent (écoulement barocline). L'effet quantitatif est proportionnel au produit du gradient de p, du gradient de ρ^{-1}, et du sinus de l'angle entre eux; la direction est celle des lignes où s'entrecoupent les surfaces isostatiques et les surfaces isobariques. Par exemple, pour un fluide parfait ($\lambda = \mu = 0$) sujet à des forces conservatrices ($e_{ijk} f_{j,k} = 0$), on obtient l'équation

$$(5) \qquad \frac{\xi_i}{\rho} = \left[\frac{\xi_\alpha}{\rho_0} - \frac{1}{2\rho_0} \int_{t_0}^{t} e_{ljk}\, e_{\alpha\beta\gamma}\, e_{lmn}\, p_{,j} \left(\frac{1}{\rho}\right)_{,k} x_{m,\beta}\, x_{n,\gamma}\, dt \right| x_{i,\alpha},$$

qui est équivalente au théorème tourbillonnaire de Silberstein ([4]) ainsi qu'au théorème de la circulation de V. Bjerknes ([5]).

La viscosité modifie ces deux mécanismes quantitativement mais non qualitativement. Son effet est équivalent à l'addition de *forces fictives* $-(\mu/\rho)\, e_{jmn}\, \xi_{m,p}$ et d'une *pression fictive* $(\lambda + 2\mu)\, \mathrm{D} \log \rho / \mathrm{D}t$, et par conséquent est nul dans les espaces exempts de tourbillons et d'expansion. Par exemple, pour un fluide incompressible et homogène ($\rho =$ const., $x_{i,i} = 0$) d'une viscosité constante μ, on obtient l'équation

$$(6) \qquad \xi_i = \left[\xi_\alpha - \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} e_{\alpha\beta\gamma}\, e_{lmn} \left(e_{ljk} f_{j,k} - \frac{\mu}{\rho} \xi_{l,pp} \right) x_{m,\beta}\, x_{n,\gamma}\, dt \right| x_{i,\alpha},$$

qui est équivalente au théorème de la circulation de Jaffé ([6]). Si les forces sont conservatives, on a la formule de M. Carstoiu ([7])

$$(7) \qquad \xi_i = \left| \xi_\alpha + \frac{\mu}{2\rho_0} \int_{t_0}^{t} e_{\alpha\beta\gamma}\, e_{lmn}\, \xi_{l,pp}\, x_{m,\beta}\, x_{n,\gamma}\, dt \right| x_{i,\alpha}.$$

([2]) *The effect of viscosity on circulation* (*Naval Ordnance Lab. Mem.*, 9516, 1948).

([3]) *Phys. Zeitschr.*, 21, 1920, p. 541-543.

([4]) *Bull. Intern. Acad. Sci. Cracovie, Comptes rendus*, 1896, p. 280-290.

([5]) *Vidensk. Skrifter I. Math naturv. Klasse*, 1898, 5; *Meteorolog. Zeitschr.*, 17, 1900, p. 97-106, 145-156.

([6]) *Loc. cit.*

([7]) *Comptes rendus*, 233, 1946, p. 1095-1096.

qui est équivalente au théorème tourbillonnaire de Bobylew [8] ainsi qu'au théorème de la circulation de V. Bjerknes [9].

3. Chaque particule acquiert de la rotation en traversant un espace où la viscosité μ n'est pas uniforme, même s'il n'y a pas de tourbillons ni d'expansion à l'instant initial, pourvu que le fluide subisse de la déformation ($x_{i,j}+x_{j,i}\neq 0$). Ce dernier mécanisme peut être d'une importance prédominante dans les écoulements *hypersoniques*, dans lesquels on peut avoir de très grands changements de température.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur l'effet d'inertie des sillages de corps se déplaçant dans un fluide d'un mouvement uniformément accéléré*. Note (*) de M. **Jean Luneau**, présentée par M. Joseph Pérès.

Je me suis proposé, au cours d'une série d'essais, d'étudier l'influence de l'accélération sur la résistance au mouvement de corps se déplaçant dans l'eau d'un mouvement uniformément accéléré.

Les corps soumis aux essais sont fixés sur un manège hydrodynamique servant généralement aux essais de coques et de flotteurs d'hydravions; ils sont immergés dans l'eau à une profondeur suffisante. Le manège étant bloqué par un mécanisme de verrouillage approprié, l'hélice qui assure la propulsion de l'appareil est mise en marche et tourne jusqu'à ce qu'elle ait atteint sa vitesse de régime; le manège est alors libéré et prend, sous l'action de la force de traction constante de l'hélice, un mouvement uniformément accéléré.

Au cours de cette phase du mouvement, la traînée des corps immergés est mesurée et enregistrée photographiquement à l'aide d'un dynamomètre à lame élastique de faible inertie (Système Gruson). La courbe des espaces parcourus en fonction du temps est enregistrée simultanément. L'ouverture du verrou libérant le manège entraîne la coupure d'un circuit électrique et donne ainsi sur les deux courbes enregistrées un signal qui indique avec précision l'origine du mouvement. La correspondance entre les deux courbes (courbe du mouvement et courbe des traînées) est assurée par l'enregistrement de signaux électromagnétiques périodiques.

L'objet des expériences est de comparer pour chaque vitesse réalisée les valeurs de la traînée déterminées en mouvement uniformément accéléré aux valeurs que donne le calcul à partir des coefficients de traînées C_x obtenus pour le mouvement uniforme. J'aurais pu adopter pour ce calcul les valeurs des coefficients C_x en mouvement uniforme données par les formulaires, mais

---

(8) *Math. Ann.*, **6**, 1873, p. 72-84 (*voir* **2**).

(9) *Meteorolog. Zeits.*, **37**, 1903, p. 97-108. *Voir* l'annotation sur l'effet de la viscosité.

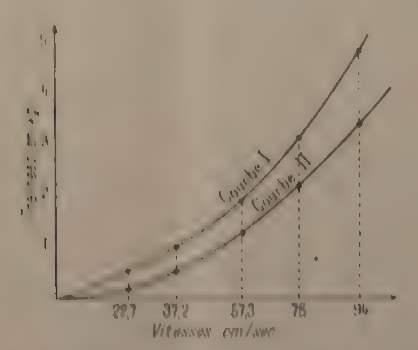
(*) Séance du 4 octobre 1948.

il m'a paru préférable de les déterminer expérimentalement pour chaque corps soumis aux essais, en opérant dans des conditions identiques à celles réalisées pour les expériences en mouvement uniformément accéléré. Les valeurs que j'ai ainsi obtenues diffèrent d'ailleurs très peu des valeurs généralement admises pour les coefficients C_x; c'est ainsi que j'obtiens pour une série de disques circulaires $1,13 < C_x < 1,14$, alors que les formulaires donnent $C_x = 1,12$ (expériences de Gœttingen).

Toutes les courbes enregistrées mettent en évidence une influence de l'accélération du mouvement qui se traduit par un accroissement sensible de la traînée des corps soumis aux essais. Cet accroissement de la traînée dû aux effets d'inertie des sillages est, ainsi qu'il pouvait être prévu, d'autant plus considérable que les sillages sont plus importants. Les résultats que j'ai obtenus avec des disques circulaires montrent que le volume du fluide soumis aux effets d'inertie peut dépasser 60$^{\text{dm}^3}$ pour un disque de 30^{cm} de diamètre et atteindre 20$^{\text{dm}^3}$ pour un disque de 20^{cm} de diamètre.

Le tableau et la courbe reproduits ci-dessous traduisent les résultats obtenus avec un disque circulaire de 30^{cm} de diamètre dans un essai en mouvement uniformément accéléré d'accélération V = 22 cm/sec/sec.

Accélération (cm/sec/sec).	Vitesses réalisées (cm/sec).	Traînées mesurées (kg).	Traînées en mouvement uniforme (kg).	Différences (kg).	Volume fluide soumis aux effets d'inertie (dm³).
22	22,7	0,590	0,212	0,378	16,8
»	37,2	1,075	0,565	0,510	22,7
»	57,3	2,00	1,33	0,670	29,8
»	75	3,17	2,27	0,900	40,2
»	94	5,03	3,55	1,480	66



Courbe I : courbe des traînées enregistrées en mouvement uniformément accéléré.
Courbe II : courbe des traînées calculées à partir de la valeur de C_x en mouvement uniforme.

Au cours de cet essai, le volume du sillage soumis aux effets d'inertie croît de manière continue, et il en est de même de l'écart entre les traînées mesurées et calculées à partir du coefficient C_x donné pour le mouvement uniforme.

Toutes les courbes enregistrées ne conduisent pas à des résultats aussi simples ; un certain nombre de courbes présentent des singularités; points anguleux ou points d'inflexion, correspondant vraisemblablement à des modifications survenues dans le sillage.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur une extension de la théorie du corpuscule de spin $h/2\pi$ permettant de représenter un meson possedant plusieurs états de masse.* Note de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

M. L. de Broglie [1] a proposé une théorie du corpuscule de spin $h/2\pi$ dans laquelle ce corpuscule est conçu comme résultant de l'association étroite, suivant un processus désigné sous le nom de fusion, de deux corpuscules de spin $h/4\pi$. Analytiquement, partant des équations d'onde de Dirac de deux corpuscules indépendants

$$(1)\qquad p_\mu(\gamma^\mu)_{i_1 m_1}\psi_{m_1} + im_0 c\psi_{i_1} = 0; \qquad p_\mu(\gamma^\mu)_{i_2 m_2}\psi_{m_2} + im_0 c\psi_{i_2} = 0;$$

$$\left(p_\mu = i\hbar\frac{\partial}{\partial x^\mu}; \quad \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2\delta^{\mu\nu}\ (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4); \quad x^4 = ict, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}\right),$$

le corpuscule de spin $h/2\pi$ est représenté par les 16 fonctions d'ondes $\psi_{i_1 i_2}$ $(i_1, i_2, m_1, m_2 = 1, 2, 3, 4)$ solutions de l'équation d'ondes

$$(2)\qquad p_\mu\left[\frac{1}{2}\left[(\gamma^\mu)_{i_1 m_1}\delta_{i_2 m_2} + \delta_{i_1 m_1}(\gamma^\mu)_{i_2 m_2}\right]\right]\psi_{m_1 m_2} + im_0 c\psi_{i_1 i_2} = 0.$$

Introduisant la matrice R telle que $R\gamma^\mu R^{-1} = -(\gamma^\mu)^*$, $R^* = -R = R^{-1}$, écrivant γ^A pour l'une des 16 matrices $\gamma^0 = 1$, γ^μ, $\gamma^{\mu\nu} = \gamma^\mu\gamma^\nu - \delta^{\mu\nu}$, $\gamma_5 = \gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^4$, $\gamma^{\mu 5} = \gamma^\mu\gamma^5 = \gamma^{\nu\rho\sigma}$, nous définissons des fonctions d'ondes tensorielles Φ^A par les combinaisons linéaires $\Phi^A = (R\gamma^A)_{i_2 i_1}\psi_{i_1 i_2}$. Avec ces fonctions d'ondes, l'équation (2) se ramène à trois systèmes indépendants.

$$(\mathrm{I})\qquad p_\nu\Phi_\mu - p_\mu\Phi_\nu + im_0 c\Phi_{\mu\nu} = 0, \qquad p_\nu\Phi^{\mu\nu} + im_0 c\Phi^\mu = 0,$$

$$(\mathrm{II})\qquad p_\mu\Phi^{5\mu} + im_0 c\Phi^5 = 0, \qquad p_\mu\Phi_5 + im_0 c\Phi_{5\mu} = 0,$$

$$(\mathrm{III})\qquad im_0 c\Phi_0 = 0.$$

M. Van Isacker [2] a proposé de modifier l'équation (2) de façon à faire apparaître des coefficients de masse propre m_1, m_2, m_0 différents dans les systèmes (I), (II), (III). Écrivant $\gamma^A_{(1)}$ et $\gamma^A_{(2)}$ pour $(\gamma^A)_{i_1 m_1}$, $(\gamma^A)_{i_2 m_2}$, on remplace l'équation (2) par l'équation

$$(3)\qquad \left\{p_\mu\left[\frac{1}{2}(\gamma^\mu_{(1)}\gamma^0_{(2)} + \gamma^0_{(1)}\gamma^\mu_{(2)})\right] + ic\left[g_0\gamma^0_{(1)}\gamma^0_{(2)} + g_1[\gamma^{(1)}_\mu\gamma^\mu_{(2)} - \gamma^{(1)}_{\mu\nu}\gamma^{\mu\nu}_{(2)}] + g_2[\gamma^{(1)}_{5\mu}\gamma^{5\mu}_{(2)} - \gamma^{(1)}_5\gamma^5_{(2)}]\right]\right\}\psi_{i_1 i_2} = 0.$$

---

(1) Une nouvelle théorie de la lumière, 1 et 2.

(2) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1761.

Introduisant les Φ^A et posant

$$m_0 = g_0 - 10 g_1 - 5 g_2, \qquad m_1 = g_0 + 2 g_1 - g_2, \qquad m_2 = g_0 - 2 g_1 + 3 g_2.$$

(3) donne les systèmes

$$\text{(I')} \qquad p_\nu \Phi_\mu - p_\mu \Phi_\nu + i m_1 c \Phi_{\mu\nu} = 0, \qquad p_\nu \Phi^{\mu\nu} + i m_1 c \Phi^\mu = 0,$$

$$\text{(II')} \qquad p_\mu \Phi^{5\mu} + i m_2 c \Phi^5 = 0, \qquad p_\mu \Phi_5 + i m_2 c \Phi_{5\mu} = 0,$$

$$\text{(III')} \qquad i m_0 c \Phi_0 = 0.$$

En particulier, si les constantes de liaison g_0, g_1, g_2 sont telles que $g_0 - 10 g_1 - 5 g_2 = 0$, le système (III') disparaît identiquement.

Une autre extension de l'équation (2) consiste à considérer deux équations de Dirac (1) de masses propres m_1 et m_2 et à prendre pour équation du système fondu, posant $(1/\mu_1) = (1/m_1) + (1/m_2)$, $(1/\mu_2) = (1/m_1) - (1/m_2)$, l'équation d'ondes

$$(4) \qquad \left\{ \frac{1}{\mu_1} p_\mu \frac{1}{2}(\gamma^\mu_{(1)} + \gamma^\mu_{(2)}) + \frac{1}{\mu_2} p_\mu \frac{1}{2}(\gamma^\mu_{(1)} - \gamma^\mu_{(2)}) + ic \right\} \psi_{l_1 l_2} = 0$$

qui s'écrit encore en introduisant les Φ^A

$$\text{(IV)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\mu_1}[p_\nu \Phi_\mu - p_\mu \Phi_\nu] + \frac{1}{\mu_2} p^\rho \Phi_{\mu\nu\rho} + ic \Phi_{\mu\nu} = 0, \\ \frac{1}{\mu_1} p^\nu \Phi_{\mu\nu} + \frac{1}{\mu_2} p_\mu \Phi_0 + ic \Phi_\mu = 0, \qquad \frac{1}{\mu_2} p_\mu \Phi^\mu + ic \Phi_0 = 0, \\ \frac{1}{\mu_2} p^\nu \Phi_{5\mu\nu} + \frac{1}{\mu_1} p_\mu \Phi_5 + ic \Phi_{5\mu} = 0, \qquad \frac{1}{\mu_1} p_\mu \Phi^{5\mu} + ic \Phi^5 = 0. \end{array} \right.$$

Le procédé de M. van Isacker qui traduit, dans la fusion, l'existence d'un couplage entre toutes les grandeurs caractéristiques du corpuscule et non plus seulement entre les masses propres, peut encore être introduit dans l'équation (4) en remplaçant dans celle-ci le terme ic par $ic\mathrm{M}$ avec

$$\mathrm{M} = g_0 \gamma^0_{(1)} \gamma^{(2)}_0 + g_1 \gamma^{(1)}_\mu \gamma^\mu_{(2)} + f_2 \gamma^{(1)}_{\mu\nu} \gamma^{\mu\nu}_{(2)} + g_2 \gamma^{(1)}_{5\mu} \gamma^{5\mu}_{(2)} + f_2 \gamma^{(1)}_5 \gamma^5_{(2)}.$$

Passant en fonctions d'ondes tensorielles, (IV) est remplacé par

$$\text{(V)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\mu_1}[p_\nu \Phi_\mu - p_\mu \Phi_\nu] + \frac{1}{\mu_2} p^\rho \Phi_{\mu\nu\rho} + ic\chi_3 \Phi_{\mu\nu} = 0, \\ \frac{1}{\mu_1} p^\nu \Phi_{\mu\nu} + \frac{1}{\mu_2} p_\mu \Phi_0 + ic\chi_2 \Phi_\mu = 0, \qquad \frac{1}{\mu_2} p_\mu \Phi^\mu + ic\chi_1 \Phi_0 = 0, \\ \frac{1}{\mu_2} p^\nu \Phi_{5\mu\nu} + \frac{1}{\mu_1} p_\mu \Phi_5 + ic\chi_4 \Phi_{5\mu} = 0, \qquad \frac{1}{\mu_1} p_\mu \Phi^{5\mu} + ic\chi_5 \Phi^5 = 0. \end{array} \right.$$

avec

$$\chi_1 = g_0 - 4 g_1 + 6 f_1 - 4 g_2 + f_2, \qquad \chi_2 = g_0 + 2 g_1 - 2 g_2 - f_2, \qquad \chi_3 = g_0 - 2 f_1 + f_2,$$
$$\chi_4 = g_0 - 2 g_1 + 2 g_2 - f_2, \qquad \chi_5 = g_0 + 4 g_1 + 6 f_1 + 4 g_2 + f_2.$$

Le système (V) se simplifie, μ_1, μ_2, χ_2, χ_3, χ_4 étant différents de zéro, en

posant

$$\Phi_\mu = ic\chi_3\mu_1\Phi'_\mu, \qquad \mu_1\Phi_0 = \mu_2\Phi'_0, \qquad M_1^2 = \mu_1^2\chi_2\chi_3, \qquad \lambda_1 = \frac{\chi_2\chi_4}{\chi_1\chi_3},$$

$$\Phi_{5\mu} = ic\chi_3\mu_2\Phi'_{5\mu}, \qquad \mu_2\Phi_5 = \mu_1\Phi'_5, \qquad M_2^2 = \mu_2^2\chi_1\chi_3, \qquad \lambda_2 = [illegible],$$

et s'écrit alors

$$\Phi_{\mu\nu} = p_\mu\Phi'_\nu - p_\nu\Phi'_\mu - p^\rho\Phi'_{\mu\nu\rho},$$

$$p^\nu\Phi_{\mu\nu} + p_\mu\Phi'_0 = c^2M_1^2\Phi'_\mu, \qquad p^\nu\Phi_{5\mu\nu} + p_\mu\Phi'_5 = c^2M_2^2\Phi'_{5\mu},$$

$$p_\mu\Phi'^\mu + \lambda_1\frac{M_2^2}{M_1^2}\Phi'_0 = 0, \qquad p_\mu\Phi'^{5\mu} + \lambda_2\frac{M_1^2}{M_2^2}\Phi'^5 = 0.$$

Ces équations sont analogues à celles considérées par M. Potier ([3]). Nous voyons ici qu'elles s'introduisent et s'interprètent facilement par la *fusion* suivant la méthode de L. de Broglie, de deux corpuscules de Dirac de spin $h/2$ et de masses propres différentes, avec la généralisation de Van Isacker.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur l'asymétrie de distribution des éruptions chromosphériques.* Note de MM. **František Link** et **Josip Kleczek**, présentée par M. Bernard Lyot.

Nous nous sommes posé la question suivante : la distribution des éruptions chromosphériques en longitude est-elle symétrique par rapport au centre du disque ? Nous avons divisé les régions actives contenues dans le *Quarterly Bulletin on Solar Phenomena* (1935-1947) en trois catégories :

A, ayant de 1 à 4 éruptions (en tout 1930 éruptions);

B, » de 5 à 9 éruptions (en tout 1175 éruptions);

C, » plus de 9 éruptions (en tout 2342 éruptions) pendant la période de visibilité (13 jours).

Pour chaque éruption, nous avons considéré la durée d'observation t qui est en même temps la durée minimum de l'éruption elle-même, l'importance i dans une échelle de 1 à 3 et nous avons formé le produit $Q = i.t$ (t en minutes) qui doit caractériser l'énergie minimum mise en jeu par chaque éruption. Nous avons divisé le disque solaire en fuseaux de 10° en longitude λ et nous avons déterminé les sommes Σi, Σt, ΣQ dans chaque fuseau, séparément pour chaque catégorie. Le rapport E/W des sommes à l'Est et à l'Ouest qui mesure l'asymétrie de distribution est donné dans le tableau ci-après.

Les résultats montrent une asymétrie de distribution dans les trois quantités i, t et Q. Il y a en général plus d'éruptions à l'Est qu'à l'Ouest et l'asymétrie E/W atteint son maximum vers $\lambda = 45°$. Quant à la distribution des taches étudiée par Minnaert (*M. N.*, 106, 1946, p. 98), elle montre la même allure avec un maximum vers $\lambda = 45°$.

(3) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 63-64, 1690-1692.

Tableau.

	Importance.			Durée.			Q.		
λ.	A.	B.	C.	A.	B.	C.	A.	B.	C.
85........	1,00	0,63	1,09	1,09	0,63	1,29	1,00	0,66	1,07
75........	0,96	0,76	1,12	0,81	0,63	1,46	0,77	0,52	1,42
65........	1,32	1,12	0,94	1,36	0,90	1,14	1,28	1,19	1,32
55........	0,98	0,96	1,40	1,09	1,08	1,33	1,01	1,13	1,43
45........	1,17	1,23	1,42	1,25	1,26	1,58	1,16	1,00	1,90
35........	1,21	1,01	0,96	0,88	1,10	1,38	0,94	1,24	1,48
25........	1,09	0,88	0,92	0,91	1,20	1,05	1,05	1,17	1,06
15........	1,13	0,92	0,95	1,23	0,80	1,07	1,03	0,79	1,16
5........	1,22	1,48	0,89	0,98	1,17	0,74	1,16	1,03	0,82
Moy. ..	1,12	1,00	1,05	1,05	1,00	1,25	1,05	0,94	1,28
		1,06			1,10			1,09	

On explique l'asymétrie des taches par l'inclinaison de leurs axes. Appliquée dans le cas des éruptions, cette explication conduirait à des valeurs de l'ordre de 20 à 30° qui nous paraissent trop grandes pour être admises. D'après nos résultats et ceux de Minnaert, l'asymétrie et par suite aussi l'inclinaison des axes atteindrait son maximum vers $\lambda = 45$, angle qui n'est défini que par rapport à la Terre. Or, en voulant éviter l'hypothèse de l'effet terrestre par l'hypothèse de l'inclinaison des axes, on retomberait finalement sur la première.

Il existe encore un phénomène solaire qui présente la même allure. Hey en étudiant l'activité des éruptions en ce qui concerne leur émission des bursts dans le domaine métrique de longueurs d'onde trouve, en fonction de λ, une courbe analogue à celle de Q.

On peut expliquer les trois phénomènes cités par une seule hypothèse qui est celle de l'influence terrestre sur le Soleil. Les taches et les régions actives en particulier seraient en quelque sorte des points névralgiques de la surface solaire où l'influence terrestre, même minime, se ferait sentir d'une manière appréciable. En allant du bord Est vers le centre, les conditions d'observation et en général celles d'émission s'amélioreraient en fonction de $\cos\lambda$, mais en même temps l'influence négative de la Terre s'exercerait dans le sens contraire. De cette façon un maximum se produirait sur la moitié Est du disque suivi d'une décroissance continue jusqu'au bord Ouest. Il se peut que dans l'avenir on parvienne à expliquer ces phénomènes d'une autre manière mais, jusqu'à présent, malgré nos efforts, nous n'avons pas trouvé d'autre issue à cette situation délicate.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la relation énergie-période des radioéléments α-émetteurs.* Note (*) de M. **André Berthelot**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Nous avons procédé il y a quelques années à une comparaison de la théorie de la radioactivité α avec les données expérimentales relatives à ce phénomène [1], de manière à déterminer les constantes que la théorie laisse arbitraires. Ceci nous avait conduit à une formule qui peut s'écrire

$$(1) \qquad \text{Log}_{10} T = -17,70 + 9,870 Z'^{\frac{1}{2}} A'^{\frac{1}{6}} \gamma\left(0,643 \frac{E A'^{\frac{1}{3}}}{Z'}\right),$$

Z' et A' étant respectivement les nombres de charge et de masse du noyau résiduel, E l'énergie de désintégration et γ la fonction

$$\gamma(x) = x^{-\frac{1}{2}} \arccos x^{\frac{1}{2}} - (1-x)^{\frac{1}{2}}.$$

Entre autres résultats nous avions montré qu'il fallait substituer au groupement par familles radioactives (loi de Geiger-Nuttal) le groupement par familles d'isotopes.

La publication récente [2] de données relatives à un certain nombre de radioéléments artificiels α-émetteurs nous permet de compléter cette étude. La figure représente les courbes (1) pour Z' variant de 82 à 92, une valeur moyenne de A' étant prise dans chaque cas (soit $A' = 211$, 216, 220, 225, 230, 234, 238, pour $Z' = 82$, 84, 86, 88, 90, 92). De plus les points expérimentaux correspondant aux différents émetteurs α actuellement connus sont reportés aux fins de comparaison.

L'examen de cette figure conduit aux conclusions suivantes :

1° Sur 52 points expérimentaux, 32 points se placent sur la courbe qui leur correspond ou présentent un écart inférieur à celui qu'entraînerait une erreur de 100 keV sur l'énergie de désintégration.

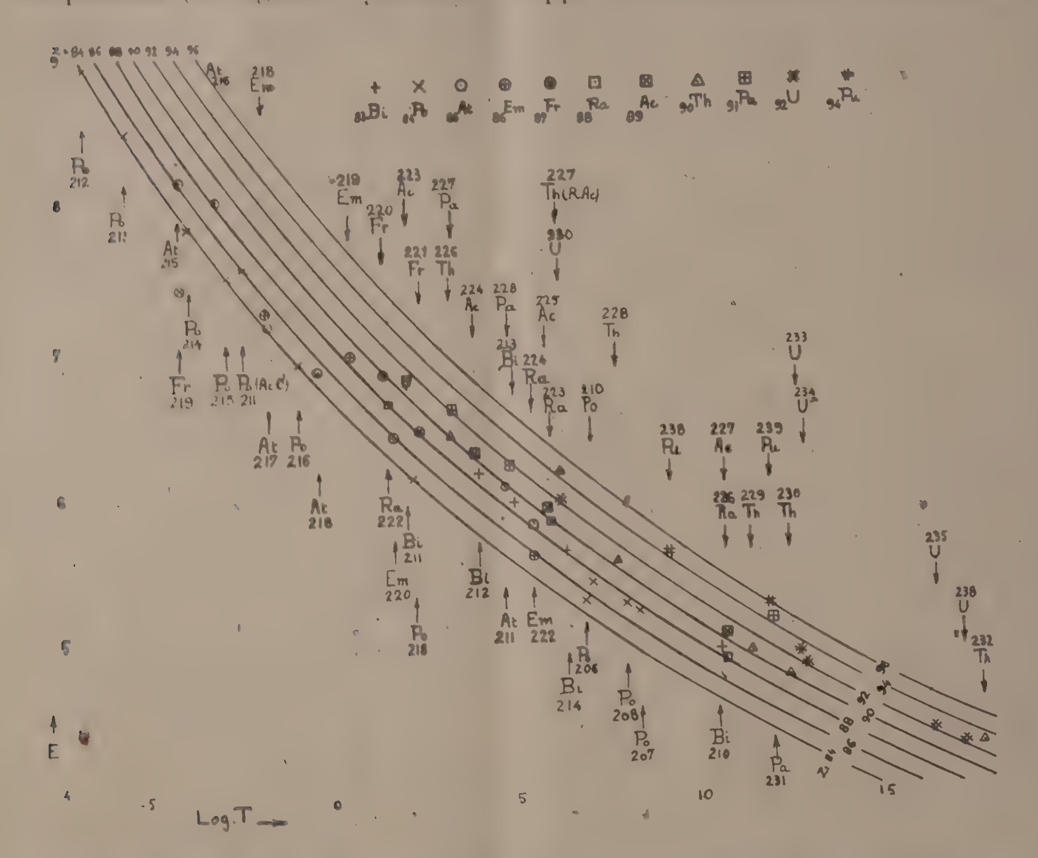
2° Les périodes des radioéléments à Z impair semblent être fréquemment un peu plus grandes que ne le laisseraient prévoir les énergies correspondantes. Toutefois dans la plupart des cas celles-ci n'ont été jusqu'à présent déterminées que par un seul groupe de physiciens, et n'ayant pas été recoupées il est possible qu'elles soient entachées d'une petite erreur suffisante pour ramener les choses dans l'ordre.

(*) Séance du 18 octobre 1948.

(1) A. Berthelot, *J. de Phys.*, 1942, p. 52.

(2) A. Ghiorso, W. W. Meinke et G. T. Seaborg, *Phys. Rev.*, **74**, 1948, p. 695; M. H. Studier et E. K. Hyde, *Phys. Rev.*, **74**, 1948, p. 591; A. C. English, T. E. Granshaw, P. Demers, J. A. Harvey, E. P. Hincks, J. V. Jelley et A. N. May, *Phys. Rev.*, **72**, 1947, p. 253; F. Hagemann, L. I. Katzin, M. H. Studier et G. T. Seaborg, A. Ghiorso, *Phys. Rev.*, **72**, 1947, p. 252.

3° Les périodes des radioéléments qui, pour émettre une particule α, doivent prélever un ou plusieurs nucléons sur le *noyau condensé* $^{208}_{82}$Pb [3], sont nettement plus élevées que ne l'indique (1). Ce sont les isotopes du bismuth dont les périodes (corrigées s'il y a lieu, du rapport d'embranchement) sont environ



150 fois trop grandes et les isotopes du polonium de masse inférieure à 212 dont les périodes sont 30 fois trop grandes (voir plus loin ce qui concerne ^{211}Po). Ceci est un autre aspect des discontinuités qui se manifestent lors de la formation des couches de 82 et 126 nucléons [4].

4° Dans quelques cas, les écarts sont manifestement à rattacher à l'existence d'une importante structure fine (An, AcX, RdAc). D'autres, comme Th^{232} dont la période est environ 40 fois trop grande, demandent une explication. Pour expliquer cette période, l'énergie de désintégration devrait n'être que de 4 MeV.

5° Quelques cas particuliers :

^{235}U : l'énergie α de 4,52 MeV, portée dans les tables, le place hors de la

(3) A. Berthelot, *J. de Physique*, 17, 1942.

(4) Maria G. Mayer, *Phys. Rev.*, 74, 1948, p. 235.

courbe des isotopes de U, mais l'énergie de 4,30 MeV, déduite du parcours (⁵) des α, l'y ramène. Il y a donc de fortes chances pour que cette dernière valeur soit plus correcte.

^{211}Po(AcC′) : un doute existe sur la valeur exacte de la période de cet élément qui ne paraît pas avoir été mesurée expérimentalement, mais au contraire déduite de la loi de Geiger-Nuttal. L'application de la relation plus correcte considérée ici conduirait à $1,3.10^{-3}$ sec, mais le fait que l'un des neutrons de la particule α provient de $^{208}_{82}$Pb laisse prévoir une période un peu plus grande, et la valeur 5.10^{-3} sec des tables ne doit pas être loin de la vérité.

^{219}Fr : une erreur importante sur les constantes de cet élément paraît nécessaire pour expliquer sa position.

RAYONS X. — *Mesure, par les rayons X, de l'épaisseur des films minces déposés sur supports microcristallins.* Note (*) de M. **Charles Legrand**, transmise par M. Maurice de Broglie.

On a déjà proposé, pour mesurer l'épaisseur de dépôts minces appliqués sur des métaux, d'utiliser l'absorption des rayons X diffractés par le métal de base. En particulier, H. Friedman et L. S. Birks ont décrit [1] un montage utilisant la méthode de focalisation de Brentano.

Leur méthode, qui consiste à comparer l'intensité d'une raie de diffraction du métal de base avant et après dépôt du film et à déduire l'épaisseur de celui-ci de l'énergie absorbée, suppose un régime de fonctionnement très constant pour le tube générateur du faisceau X primaire. Cette condition élimine donc l'émulsion photographique comme récepteur. Un autre inconvénient du montage proposé est l'emploi d'un rayonnement diffracté qui émerge du métal sous l'angle de Bragg θ. Pour les métaux usuels et les radiations les plus employées, θ varie grossièrement entre 20° et 35° pour les raies (111) ou (110), les plus avantageuses à employer. Rayons incident et diffracté traversent donc le dépôt sous un angle tel que leur parcours et par conséquent leur absorption y sont faibles.

Nous proposons une méthode un peu différente fondée sur l'absorption de deux rayons diffractés voisins émis par le métal de base et quittant celui-ci sous un angle faible.

Considérons (*fig.* 1) la surface Σ plane (métallique en général) recouverte du film d'épaisseur ε. Choisissons dans le diagramme Debye et Scherrer de la substance de base, deux raies correspondant à des angles de Bragg voisins θ_1

(⁵) G. J. Van der Maas et J. L. Yutema, *Physica*, 13, 1947, p. 453.

(*) Séance du 9 août 1948.

(¹) *Rev. of Sc. Instr.*, 17, 1946, p. 99.

et θ_2. Le rayon diffracté T_1, correspondant à θ_1, émerge de la surface sous un petit angle α_1; le rayon diffracté T_2 émerge sous l'angle

(1) $$\alpha_2 = \alpha_1 + (2\theta_2 - 2\theta_1).$$

Soient I_1 et I_2 les intensités des deux rayons diffractés T_1 et T_2 en l'absence de tout dépôt. Le rapport I_1/I_2 dépend seulement du métal et de l'angle α_1. Si une

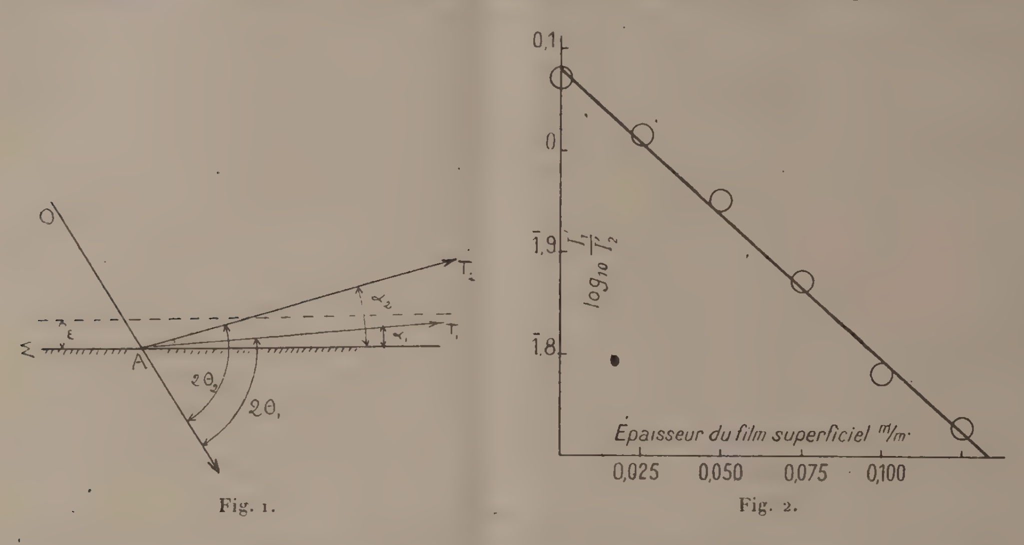


Fig. 1. Fig. 2.

couche absorbante d'épaisseur ε est déposée sur le métal, l'intensité du rayon T_1 devient :

$$I'_1 = I_1 e^{-\mu\rho \frac{\varepsilon}{\sin\alpha_1}},$$

celle du rayon T_2

$$I'_2 = I_2 e^{-\mu\rho \frac{\varepsilon}{\sin\alpha_2}},$$

où μ et ρ sont le coefficient d'absorption massique et la densité de la substance déposée. On en déduit :

(2) $$\frac{I'_1}{I'_2} = \frac{I_1}{I_2} e^{-\mu\rho\varepsilon\left(\frac{\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1}{\sin\alpha_1 \sin\alpha_2}\right)}.$$

Il suffira de répéter l'expérience avec et sans dépôt sur la même base, dans les mêmes conditions pour déduire ε. Les rapports I_1/I_2 et I'_1/I'_2 peuvent se déterminer par la méthode photographique, car la constance du régime du tube n'est pas nécessaire. On accroît la sensibilité des mesures en choisissant α_1 très petit car on augmente ainsi le parcours de T_1 et T_2 dans le film. En fait, on est limité par la difficulté d'évaluer α_1 avec une certaine précision et par la définition géométrique de la surface du métal de base.

Une vérification expérimentale a été effectuée avec une surface de cuivre couverte de feuilles de cellophane en nombre croissant. Les rayons diffractés employés, correspondant aux plans (111) et (200) du cuivre, émergeaient sous les angles $\alpha_1 = 4°$ et $\alpha_2 = 11°$.

Le film plan était disposé normalement au plan de la surface de base. Les enregistrements ont été effectués avec le microphotomètre Vassy.

Si l'on pose $(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)/\sin\alpha_1 \sin\alpha_2 = k$, la relation (2) conduit à

$$(3) \qquad \mathrm{Log}\frac{I'_1}{I'_2} = \mathrm{Log}\frac{I_1}{I_2} - \mu\rho k\varepsilon.$$

On vérifie (*fig.* 2) que $\mathrm{Log}(I'_1/I'_2)$ est bien une fonction linéaire de l'épaisseur ε; les points expérimentaux sont représentés par des cercles qui tiennent compte des diverses causes d'erreur. Dans le cas d'une substance organique, il est possible d'estimer des épaisseurs de l'ordre de $0^{mm},01$. Dans celui des couches superficielles métalliques, les valeurs bien plus considérables de μ et ρ abaissent beaucoup la valeur de ε décelable. Avec Cr Kα, il serait possible d'estimer des couches d'argent de l'ordre d'une centaine d'angströms et d'or de 50 Å environ, la précision des mesures correspondant évidemment à celle du dispositif récepteur.

Certaines précautions sont à observer en ce qui concerne principalement l'influence du grain et les effets d'orientation du métal de base.

RAYONS X. — *Sur la réalisation et l'utilisation de faisceaux de rayons X très fins, de l'ordre de quelques microns.* Note (*) de M. **Fernand Fournier**, présentée par M. René Barthélemy.

La recherche des renseignements concernant la texture des joints cristallins ou la structure de micro-inclusions pose des problèmes techniques dont la solution est recherchée activement depuis longtemps.

J'ai indiqué dans une publication antérieure [1] une technique simple permettant d'obtenir des renseignements sur la répartition des constituants dans les alliages ou mélanges de corps métalliques de numéros atomiques assez différents. Par la suite, il nous a semblé qu'il était possible d'obtenir des résultats plus intéressants, et nous avons mis au point une technique de microradiographie par émission du rayonnement de fluorescence d'un des constituants de l'alliage en irradiant l'échantillon par un rayonnement X de longueur d'onde convenable. Malgré ces perfectionnements, il n'était pas facile de posséder des renseignements sur la structure cristalline, la texture des joints cristallins ou des micro-inclusions réparties dans la masse métallique, aussi il nous a semblé nécessaire d'examiner des échantillons microcristallins au moyen des méthodes classiques de Laue et Debye-Scherrer, mais en adaptant l'appareillage à un but nouveau, l'irradiation de quantités de matières extrêmement petites dans le but d'obtenir des diagrammes de diffraction servant à identifier des microtextures.

(*) Séance du 18 octobre 1948.

(1) *Revue de Métallurgie*, 1938, p. 349.

L'appareillage que nous avons employé permet d'examiner l'échantillon dans une région déterminée à l'avance, la partie intéressée n'étant pas visible à l'œil, pour cela il faut diriger un faisceau de rayons X très fin sur un point très précis de l'échantillon. Cet échantillon a lui-même une épaisseur très faible, quelques centièmes de millimètre au plus.

A cet effet, il a été réalisé des collimateurs de rayons X délimitant un faisceau cylindrique de 2 microns à 12 microns de diamètre; certains ont une section elliptique dont les axes ont respectivement 3 microns et 20 microns. Ces collimateurs sont en verre étiré avec des écrans de verre au plomb évitant la diffusion. La longueur du collimateur est de 5 à 10^{mm} selon les applications. Le faisceau de rayons X ainsi délimité est employé soit avec une chambre circulaire classique de Debye-Scherrer, mais de diamètre relativement faible, 2^{cm} environ, soit avec une chambre plane permettant un repérage sous microscope et avec une grande précision de la partie intéressante de l'échantillon.

Un tel dispositif est bien adapté à une étude des textures de cristaux métalliques et en particulier à la nature des joints intercristallins. Il a permis de fixer la texture de micro-inclusions contenues dans certains systèmes polycristallins. Ces hétérogénéités étant mises en évidence par l'emploi de la méthode microradiographique d'absorption qui, employée seule, ne donne que des renseignements très incomplets.

L'étude de coupes histologiques de préparations provenant de tissus cartilagineux ou de tumeurs, a pu être abordée.

La détermination des caractéristiques de microcristaux a pu être entreprise avec succès.

Certains états de surface dans des systèmes monocristallins peuvent aussi être qualifiés par cette technique dont les possibilités d'applications sont intermédiaires entre les méthodes classiques d'analyse aux rayons X et les méthodes d'analyse par diffraction électronique. Il a été étudié en particulier les joints intercristallins d'alliage aluminium-cuivre à 12 % et à 8 % de Cu, et mis en évidence la texture des joints et de la partie du cristal en contact avec ce joint. Cela fixe la microrépartition du constituant $CuAl_2$ dans le cas d'alliages fondus. Cette répartition est très irrégulière et ne peut pas être décrite de façon simple.

Des études sont en cours sur des alliages légers à plus faible teneur en cuivre.

Cette technique a pu trouver toute son efficacité et en particulier il a été possible de rendre les temps de pose assez courts, par l'emploi d'un tube radiogène dont le foyer est très fin et donne une brillance considérable, le diamètre du foyer étant de 1/10 de millimètre sur 2^{mm} de long; l'anticathode en cuivre supporte un débit de 5 milliampères sous 35 kV et permet d'obtenir des diagrammes corrects avec des temps de poses compris entre 1 et 3 heures.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La résistance électrique de la cellule de polissage électrolytique et la superficie de l'anode.* Note (*) de MM. **Israël Epelboin** et **Claude Chalin**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans une précédente Note (¹) nous avons ramené la recherche des conditions optima de polissage électrolytique à l'étude de la variation de résistance électrique de la cellule, et nous avons pu montrer que cette résistance présente un maximum caractéristique. Il en découle une méthode d'enregistrement et de régulation du polissage qui conduit aussi bien à des perfectionnements techniques (²) qu'à une meilleure compréhension du mécanisme de variation des caractéristiques électriques au cours du phénomène.

D'autre part des mesures du potentiel cathodique à diverses tensions de polissage et pour différentes superficies cathodiques ou anodiques nous ont montré que les variations de résistance dues aux variations de potentiel cathodique peuvent toujours être négligeables. Ceci nous permet d'indiquer quelques remarques faites au cours de notre étude et d'en donner une interprétation électrique.

1° Des caractéristiques courant-tension obtenues à l'aide d'enregistreurs électrolytiques et publiées par ailleurs (³), (⁴) montrent qu'en choisissant une anode de superficie suffisamment petite, on peut toujours obtenir des courbes courant-tension à palier horizontal. C'est ainsi que dans le cas du plomb dans des bains acide perchlorique-anhydride acétique, nous avons, contrairement aux indications de la littérature, montré que pour un bain et une cathode donnés le palier horizontal est d'autant plus net que la superficie de l'anode est plus petite. Comme le montrent les figures 2, 9 et 10 de l'article précité (⁴), ceci est dû à l'accroissement de résistance du bain électrolytique avec la diminution de la superficie anodique.

Cette relation entre la superficie anodique et la résistance de la cellule a été vérifiée avec d'autres méthodes. L'une consiste à relever simultanément les caractéristiques résistance-tension de plusieurs anodes immergées dans la même cellule et branchées en parallèle, l'autre à relever les caractéristiques relatives à une même anode dont la longueur immergée est variable.

2° Nous avons vérifié une relation analogue à celle résistance-superficie anodique macroscopique pour les variations d'état de surface anodique dues à

(*) Séance du 18 octobre 1948.

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 324.

(²) Demandes de brevets français P. V. 548617. P. V. 558047 et étrangers 1948, pris avec l'appui du Centre National de la Recherche Scientifique.

(³) *Métaux et corrosion*, **23**, 1948, p. 1.

(⁴) *Revue générale d'Électricité*, **57**, 1948, p. 254.

des modifications microgéométriques. Ainsi l'enregistrement d'une courbe courant tension, à tension d'abord croissante puis décroissante, montre que la résistance du bain diminue par suite de la formation de piqûres provoquées par la corrosion aux tensions élevées. Ceci a été montré d'abord dans le cas de l'aluminium poli dans un bain acide perchlorique-anhydride acétique [*voir* figure 5 de l'article précité ([3])]. Depuis, P. Jacquet ([5]) a étudié des aciers qui avaient été au préalable soumis à une abrasion mécanique ou à un polissage électrolytique. L'examen des courbes qu'il a obtenues montre également que la résistance est d'autant plus grande que le polissage préalable était plus poussé. D'ailleurs l'influence des modifications microgéométriques sur la résistance électrique est d'autant plus marquée que la superficie de l'anode est plus faible.

3° L'absence d'influence de l'agitation sur les variations des caractéristiques électriques, est souvent signalée dans la littérature pour les bains acide perchlorique-anhydrique acétique. Nous avons effectué des mesures en collaboration avec D. Amine, sur divers métaux polis dans de tels bains. L'agitation était obtenue, soit par un procédé mécanique, soit par un procédé électromagnétique, consistant à faire agir un champ magnétique sur le courant traversant la cellule. Nous avons constaté qu'en choisissant une superficie anodique suffisamment faible, il est toujours possible de déceler une diminution de la résistance électrique de la cellule.

L'interprétation électrique de ces résultats peut se faire en supposant que la couche de diffusion anodique non perturbée introduit, pour une superficie élémentaire de l'anode, une résistance aux bornes de la cellule déterminée par les conditions expérimentales. Dans ces conditions il s'ensuit que :

1° L'augmentation de la surface de l'anode revient à brancher des résistances en parallèle, d'où diminution de la résistance résultante;

2° La présence d'une aspérité fait diminuer, pour les lignes de courant y aboutissant, la résistance de la couche anodique, d'où diminution de la résistance résultante;

3° Enfin, l'agitation de l'électrolyte en perturbant la couche de diffusion anodique diminue la résistance introduite par celle-ci.

En conclusion, les résultats expérimentaux obtenus en choisissant des superficies anodiques appropriées montrent que l'allure des courbes courant-tension sont susceptibles de varier considérablement pour un métal et un bain donnés et même au cours du polissage. D'où l'intérêt des moyens de contrôle renseignant, à chaque instant de l'opération, sur l'évolution du phénomène.

([5]) *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 591.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'adsorption préférentielle et la diffusion de la lumière par des solutions de macromolécules dans certains mélanges binaires.* Note de M. **Egbert Kunst**, présentée par M. Jean Cabannes.

On sait depuis Debye ([1]) et Doty ([2]) que l'étude de la diffusion de la lumière par des solutions de macromolécules sous différents angles nous donne des renseignements sur le poids moléculaire moyen ainsi que sur la dimension et la forme des molécules. En traçant la courbe c/τ en fonction de c (où c = concentration, τ = turbidité) on trouve une droite dont la pente dépend de la chaleur de mélange et tend vers zéro pour les hauts poids moléculaires dans de mauvais solvants. La valeur de l'ordonnée pour $c = 0$ mesure le poids moléculaire.

Debye, Ewart et leurs collaborateurs ([3]) ont montré que la situation est différente si au lieu d'utiliser un solvant unique, on utilise un mélange solvant-précipitant : dans certains cas, non seulement la pente mais aussi l'ordonnée pour $c = 0$ est une fonction de la composition du mélange. Ce phénomène s'explique par une adsorption préférentielle du solvant par le polymère, c'es-à-dire qu'à proximité immédiate des molécules du polymère, le liquide est plus riche en solvant qu'ailleurs, d'où un appauvrissement en solvant du reste de la solution. Nous désignons par ψ_p la fraction en volume du précipitant et par ψ_s celle du solvant. La grandeur $\partial\psi_s/\partial c$ qui peut être déduite de ces expériences, est une mesure de cet appauvrissement, c'est-à-dire de l'adsorption préférentielle. Les auteurs précités, qui ont étudié le polystyrolène dans différents solvants en utilisant comme précipitant des alcools et des alcools chlorés, ont toujours observé une adsorption préférentielle du solvant.

Nous avons étendu ces mesures à d'autres solvants en utilisant comme précipitant, d'une part l'éthanol, de l'autre le *n*-hexane. L'appareil était analogue à celui décrit par Debye ([4]). L'intensité de la lumière diffusée sous différents angles était mesurée à l'aide d'une cellule photoélectrique à multiplication d'électrons. L'étalonnage de l'appareil a été fait en remplaçant la solution par du sulfure de carbone, substance pour laquelle la valeur absolue de l'intensité diffusée est bien connue ([5]). A titre de contrôle, nous avons déterminé le poids moléculaire d'une fraction très étroite de polystyrolène, dont la valeur était connue par osmométrie. Les deux valeurs concordaient à

([1]) *J. Appl. Phys.*, 15, 1944, p. 338.
([2]) *J. Chim. Phys.*, 44, 1947, p. 76.
([3]) R. H. Ewart, C. P. Roe, P. Debye et J. R. Mc Cartney, *J. Chem. Phys.*, 14, 1946, p. 687.
([4]) *J. Appl. Phys.*, 17, 1946, p. 392.
([5]) *Tables annuelles de Constantes*, XI, XII, 16, 1937, p. 28-3.

1 % près. Toutes les mesures ont été corrigées pour la diffusion du solvant, la dépolarisation de la lumière diffusée et la dissymétrie de sa distribution angulaire; de celle-ci nous avons déduit R, la distance des segments terminaux pour cette molécule en pelote. Les résultats de nos mesures sont réunis dans le tableau I (pour M = 0,65.10^6, R est trop faible par rapport à la longueur d'onde pour qu'il puisse être mesuré avec assez d'exactitude).

TABLEAU I.

Polymère.	Solvant.	Précipitant.	Ψ_p.	$\frac{\partial \Psi_s}{\partial c}$.	R(Å).
Polystyrolène M = 1,75.10^6..	benzène	–	–	–	1640
»	»	éthanol	0,10	0,08	1550
»	»	»	0,20	0,15	1350
»	»	»	0,25	0,25	1170
»	»	»	0,285*	0,40	870
»	»	n-hexane	0,20	0	1400
»	»	»	0,50	0	1280
»	»	»	0,59*	0	860
Polystyrolène M = 0,65.10^6..	CCl_4	éthanol	0,235*	0,19	–
»	CCl_4	n-hexane	0,50*	0	–
»	$CHCl_3$	éthanol	0,33*	0,25	–
»	$CHCl_3$	n-hexane	0,70*	0	–
»	benzène	acétone	0,50	0	–

Les valeurs de Ψ_p marquées d'un * correspondent à la limite de précipitation.

Voici les conclusions de ce travail :

1° Pour tous les solvants étudiés, on observe une adsorption préférentielle du solvant lorsque l'éthanol est utilisé comme précipitant. Au point de précipitation, cette adsorption décroît dans l'ordre C_6H_6, $CHCl_3$, CCl_4.

2° *Aucune adsorption préférentielle n'est observée lorsque le n-hexane est utilisé comme précipitant.*

3° Les dimensions de la molécule diminuent quand on passe du solvant pur à des mélanges de plus en plus riches en précipitant, comme l'avait observé Doty ([6]). Au point de précipitation, la distance entre les segments terminaux devient la moitié de ce qu'elle est dans le benzène pur, cette distance étant la même pour les deux types de précipitants. Cette valeur est encore deux fois plus grande que celle que donne la formule de Kuhn ([7]); cela indiquerait l'existence d'une barrière de potentiel de l'ordre de 1,8 Kcal ([8]) favorisant la position *trans*. Dans le benzène pur (chaleur de mélange ~ 0) cette barrière est de l'ordre de 3,6 Kcal.

(6) P. M. Doty, W. Affens et B. H. Zimm, *Trans. Farad. Soc.*, 42 B, 1946, p. 66.

(7) *Kolloïd-Z.*, 68, 1934, p. 2.

(8) H. Benoit, *J. Polymer. Sc.*, 3, 1948, p. 376.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la contraction accompagnant la dessiccation des pâtes céramiques et sur un appareil propre à enregistrer la courbe de Bigot.* Note (*) de MM. **Eugène Joumier** et **Joseph Perrier**, présentée par M. Pierre Chevenard.

On sait depuis longtemps que le retrait à la dessiccation des pâtes céramiques est bien loin de varier proportionnellement à la quantité d'eau évaporée : la courbe « contraction-perte de masse », fortement inclinée au début du séchage, s'incurve au bout de quelques heures et tend vers une direction quasi parallèle à l'axe des masses. A. Bigot (1) paraît avoir été le premier à entreprendre l'étude systématique de ces courbes, dont il a montré la grande variété dans la série des pâtes argileuses industrielles. Depuis, les céramistes V. Bodin, P. Gaillard et, plus récemment, M. P. Munier, ont attiré l'attention sur l'intérêt pratique de la courbe dite de Bigot pour guider la technique du séchage : l'évaporation qui, sous peine de provoquer déformations et fissures, doit être très lente tant que le point figuratif est sur le tronçon incliné, peut être notablement accélérée aussitôt atteint le quasi-palier de la courbe.

Ces considérations nous ont engagés à construire un appareil pour tracer automatiquement les courbes de Bigot ; et nous y sommes parvenus, au laboratoire d'Imphy, en faisant appel à un principe déjà utilisé dans le thermomagnétomètre Chevenard (2) : par le jeu d'un seul organe mobile autour d'un point fixe, l'enregistreur compose l'inclinaison d'une balance et la déviation d'un levier mû par la contraction.

Le fléau F de la balance (*fig.* 1), suspendu à des paires *ff*, *ff* de fils en V,

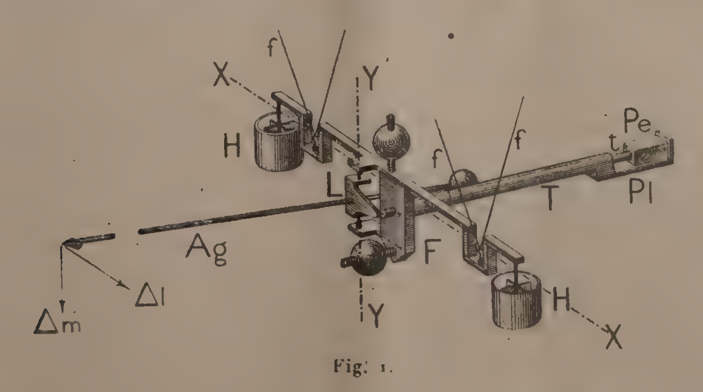


Fig. 1.

a pour long bras un tube de silice fondue T prolongé par une plateforme à rebord Pl ; l'autre bras est une tige filetée portant un contrepoids. Sur la plate-

(*) Séance du 18 octobre 1948.

(1) *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 755.

(2) *Journal de Physique et le Radium*, série VII, 3, 1932, p. 264.

forme, repose un prisme Pe de la pâte étudiée : longueur 20^{mm}, section 1^{cm^2} environ. Une étuve permet de porter jusqu'à 105° la température de l'argile, puis de la maintenir constante.

Quand l'eau s'évapore, le fléau s'incline autour de l'axe XX' et la plume fixée au bout de l'aiguille Ag éprouve un déplacement vertical Δm quasi proportionnel à la perte de masse. Elle subit en même temps un déplacement horizontal Δl qui représente la contraction du prisme, transmise par la tige de silice t et amplifiée par un levier L articulé autour de l'axe YY'. La courbe de Bigot, ainsi décrite par la plume, s'enregistre sur un papier dont le plan est normal à la direction moyenne de l'aiguille.

Un contact intermittent de la plume et du papier, produit par un moteur synchrone, élimine tout frottement. Grâce à cet artifice et à l'amortissement réalisé par deux freins à huile H, H, les graphiques enregistrés sont parfaitement nets. Un mouvement d'horlogerie, qui interrompt la marche du moteur synchrone à intervalles réguliers, découpe la courbe en tronçons isochrones et enregistre ainsi la vitesse du séchage. Enfin, une légère obliquité de l'axe YY' par rapport à la normale XX' corrige l'erreur causée par la contraction même du prisme, dont le centre de gravité se déplace légèrement.

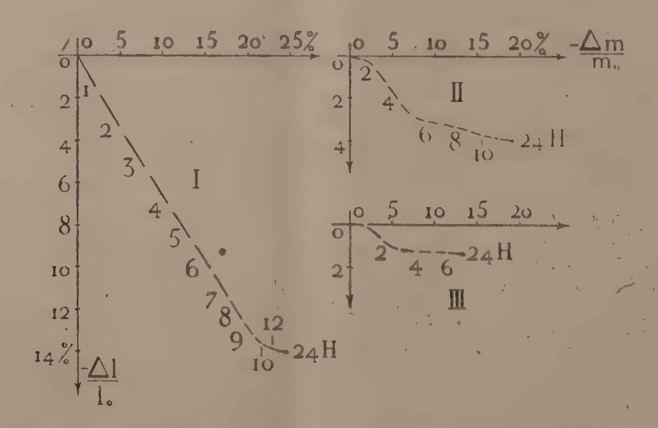


Fig. 2. — Courbe I, argile pour briques rouges normales; courbe II, limon ferrugineux pour briques de construction; courbe III, schiste minier (Bruay) pour briques de pavage.

A. Bigot avait cru pouvoir réduire les courbes *contraction-masse*, qu'il déterminait point par point, à deux tronçons rectilignes raccordés par un coude arrondi. La figure 2 montre combien les courbes enregistrées diffèrent de ce schéma ; il est donc permis d'espérer que l'appareil décrit facilitera une analyse plus précise du séchage, dans des conditions variées de température, d'humidité, etc. Dans l'ordre pratique, l'allure très différente des courbes obtenues avec trois argiles à briques souligne l'intérêt de baser sur leurs indications la technique du séchage le plus sûr et le plus rapide. On peut envisager enfin l'application du même appareil à l'étude de nombreuses

réactions qui font intervenir à la fois un changement de volume et une variation de masse : carbonisation des houilles, décomposition chimique des matières plastiques, absorption d'un gaz par un corps poreux, etc.

THERMOCHIMIE. — *Sur les mélanges d'acide perchlorique et d'anhydride acétique.* Note (*) de M. **Ernest Kahane**, présentée par M. Louis Hackspill.

On sait que l'acide perchlorique hydraté, notamment à la concentration de son azéotrope (É 203°; *d* 1,70; 72,4 %) ne réagit pas à froid avec les matières organiques ([1]). Aussi a-t-on considéré qu'il n'y a pas de danger à mélanger l'acide perchlorique, *d* 1,60 à 1,65, à l'anhydride acétique, à l'échelle du laboratoire en vue de l'oxydation de la cystine ([2]), et même à l'échelle industrielle, en vue du polissage électrolytique des métaux ([3]).

Néanmoins on peut redouter *a priori* que l'anhydride acétique n'agisse comme déshydratant dans ce mélange, et que celui-ci ne se comporte comme un système acide perchlorique anhydre-acide acétique. Ce système pourrait présenter tous les inconvénients de l'acide perchlorique anhydre, spontanément explosif, même en l'absence de matières organiques. Si les techniques dérivées de celles de Jacquet ont été appliquées pendant longtemps sans aucun accident, elles ont donné lieu récemment à quelques explosions, et il importe de préciser les réactions dont les mélanges d'acide perchlorique hydraté et d'anhydride acétique sont le siège. Quelles que soient les conditions d'addition des deux réactifs, il se produit un échauffement très important, et souvent un brunissement du liquide, analogue à celui qui a été observé sur les mélanges d'acide perchlorique *d* 1,61 et d'acide acétique au voisinage de 200° ([4]), avec formation de ClH et de produits organiques divers, halogénés ou non.

J'ai fait l'étude calorimétrique de ces mélanges dans l'espoir de déterminer la nature de la réaction. Les quantités de chaleur mises en jeu sont faibles en comparaison de celles qui résultent de l'oxydation de la substance organique, et une très légère attaque, se traduisant par un jaunissement peu accentué du liquide et l'apparition de traces de ClH à peine perceptibles, suffit pour dénaturer complètement l'expérience. Des résultats assez concordants ont été obtenus par mélange d'acide perchlorique *d* 1,70, correspondant approximativement à ClO_4H, $2,5H_2O$, et d'anhydride acétique dissous dans 5 à

(*) Séance du 18 octobre 1948.

([1]) E. Kahane, *L'action de l'acide perchlorique sur les matières organiques et ses applications analytiques* (*Thèse Sc.*, Paris, 1934).

([2]) G. Tonnies et T. F. Lavine, *J. Biol. Chem.*, 100, 1933, p. 463-477.

([3]) P. A. Jacquet, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1232.

([4]) A. Vialard-Goudou, *Contribution à l'étude de l'acide perchlorique; action sur les composés organiques* (*Thèse Pharm. Sup.*, Paris, 1937).

10 volumes d'acide acétique cristallisable. Dans ces conditions, l'échauffement est plus faible et le jaunissement, qui témoigne d'une attaque spontanée, est insensible.

Les mesures ont été effectuées dans un calorimètre de Bunsen ou dans un simple vase de Dewar, et rapportées à la molécule d'acide perchlorique; elles ont porté sur un large intervalle de concentrations relatives

$$R = \frac{ClO_4H,\ 2{,}5H_2O}{(CH_3CO)_2O},$$

compris entre 10 et 0,1. La chaleur dégagée est maximum au voisinage de $R = 0{,}4$, soit $20{,}6 \pm 1{,}8$ calories. Elle est en bon accord avec la différence de la chaleur d'hydratation de l'anhydride acétique $2{,}5 \times 13{,}9 = 34{,}8$ calories, et celle de l'acide perchlorique à 69 % : 16,4 calories, soit 18,4 calories.

Tout se passe comme si l'anhydride acétique déshydratait l'acide perchlorique, de telle sorte que le système formé soit constitué par un mélange d'acide acétique et d'acide perchlorique anhydres, ne donnant lieu lui-même à aucun phénomène calorifique.

$$2{,}5\,(CH_3CO)_2O + ClO_4H,\ 2{,}5\,H_2O \rightarrow 5\,CH_3CO_2H + ClO_4H + 18{,}4\ \text{cal.}$$

S'il venait cependant à réagir, ce serait d'une façon violemment exothermique qui pourrait prendre une allure explosive. A l'optimum,

$$(CH_3CO)_2O + 2\,(ClO_4H,\ 2{,}5\,H_2O) \rightarrow 4\,CO_2 + 2\,ClH,\ 8\,H_2O + 392{,}6\ \text{cal.}$$

le mélange correspondant au rapport $R = 2$ dégage 392,6 calories, soit 999 calories par kilogramme, c'est-à-dire un chiffre voisin de celui de l'acide picrique (1000 cal.) ou du coton-poudre (1025 cal.).

Il y a donc lieu d'être circonspect dans l'emploi de ces mélanges qui peuvent présenter certains des risques de l'acide perchlorique anhydre. Si des accidents plus nombreux n'ont pas été enregistrés jusqu'ici, c'est grâce à la prudence des opérateurs qui ont évité l'échauffement au cours de la préparation des bains, le contact de ceux-ci avec des matières organiques plus oxydables que l'acide acétique, et grâce à la composition des bains industriels fort éloignée de celle du mélange le plus dangereux, qui est responsable de l'accident le plus grave ([5]). Conformément à une règle générale, j'ai toujours observé que la propagation des attaques perchloriques est fortement ralentie par un large excès soit de l'agent oxydant, soit de la substance organique ([6]).

Non seulement les bains industriels correspondent à des rapports R compris entre 0,21 et 0,56, mais ils reçoivent souvent une quantité d'eau suffisante

---

([5]) Les mélanges d'acide perchlorique et d'alcool, également préconisés pour le polissage électrolytique, sont très dangereux et doivent être exclus.

([6]) E. Kahane, *Z. Anal. Chem.*, **111**, 1937, p. 14.

pour l'hydratation de l'anhydride acétique. On se trouve ainsi ramené aux conditions dans lesquelles j'ai observé avec Vialard-Goudou que la réaction ne s'amorce qu'au voisinage de 200°, et qu'elle est lente. Il est superflu dans ces conditions d'hydrater extemporanément l'anhydride acétique. C'est la solution à laquelle s'est ralliée récemment Jacquet [7], en préconisant, pour les aciers, un bain contenant 50^{cm^3} de ClO_4H, *d* 1,60 pour 100^{cm^3} de CH_3CO_2H crist.

CATALYSE. — *Microporosité d'un catalyseur en carbone.* Note (*) de M. Henry Brusset, présentée par M. Paul Pascal.

Le carbone amorphe activé catalyse l'oxydation de l'hydrogène sulfuré mélangé au gaz d'éclairage ou de cokerie. Cette propriété est utilisée à l'échelle industrielle, mais on constate d'énormes différences dans l'aptitude des carbones à cette catalyse. La nature de la porosité du charbon activé joue un rôle important [1]. Or, la diffusion des rayons X aux petits angles permet l'observation d'hétérogénéités de structure dans un domaine s'étendant environ de 20 à 200 Å; on a donc pu utiliser ce phénomène pour étudier la porosité fine de ces catalyseurs.

Les échantillons ont été chimiquement caractérisés par la détermination des indices classiques attachés aux charbons actifs et par l'étude directe de leur pouvoir catalytique dans la catalyse indiquée d'oxydation de l'hydrogène sulfuré.

On a ainsi les échantillons types :

Échantillons (numéros).	Indice de bleu de méthylène.	Indice d'iode.	Indice de trempage (porosité totale).	Indice de rétention (liquide restant absorbé après 1 heure d'étalage à l'air).	Quotient de l'indice de trempage par l'indice de rétention.
1 A.........	5	99	56	33	1,7
2	18	142	112	39	2,5
3 B.........	24	136	133	35	3,8
4	49	180	190	30	6,3
5 C.	15	60	76	7	11
6	11	30	136	3	45

L'étude de l'aptitude à la catalyse montre que les charbons 5 et 6 sont nettement les meilleurs, c'est-à-dire qu'ils arrêtent le plus longtemps l'hydrogène sulfuré et peuvent fixer jusqu'à 50 et 60 % de leur poids de soufre. Par contre les charbons 2 et 3 arrêtent bien H_2S au début du passage des gaz, mais rapidement leur pouvoir catalytique tombe et l'hydrogène sulfuré passe alors sans être totalement arrêté.

---

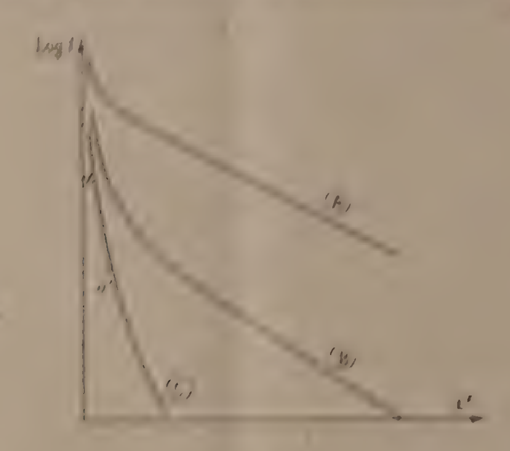
(7) *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 556.

(*) Séance du 11 octobre 1948.

(1) Brevet français déposé par la Société Carbonisation et Charbons Actifs.

On doit remarquer que les meilleurs catalyseurs de désulfuration ne sont ni les charbons qui ont la plus grande porosité totale, ni ceux qui ont le meilleur pouvoir absorbant pour les vapeurs organiques (par exemple le benzol), ce qui correspond à un fort indice de rétention et ce qui est le cas des charbons 2, 3 et 4.

La diffusion des rayons X aux petits angles, produite par ces divers types d'échantillons pour des intensités incidentes identiques de rayons X, donne des résultats nettement différents. On obtient approximativement trois types de caractéristiques de diffusion. La caractéristique de diffusion est la courbe représentative de la variation de log I en fonction de ε^2 (I étant l'intensité I des rayons diffusés sous l'angle ε par l'échantillon, quand il est irradié par un pinceau bien défini de rayons strictement monochromatiques (²).



La figure représente les courbes $\log I = f(\varepsilon^2)$. Nous n'avons tracé que les courbes A, B et C. On en conclut :

1° La noix de coco activée est le charbon actif présentant les pores les plus fins, car sa caractéristique comprend une partie rectiligne à pente très faible vers les plus grandes valeurs de l'angle de diffusion centrale.

Comme pour tous les autres charbons, les pores sont de tailles diverses, toutefois les très petits pores ont une grande importance et l'on n'en trouve pas d'aussi petits dans les autres charbons.

2° Les charbons absorbants pour vapeurs benzoliques sont du type B, intermédiaire entre A et C. Ces charbons contiennent de très petits pores.

3° Les bons catalyseurs n'ont pas de très petits pores et présentent une caractéristique C particulièrement typique par sa grande pente.

Si l'on évalue la pente de la partie rectiligne $\alpha\alpha'$ sur la caractéristique C, on en déduit une valeur du rayon de giration des particules diffusantes qui lui

(²) H. Brusset, *Thèse*, Paris, 1947.

correspondent. On trouve

$$R = 26\ \text{Å}.$$

Si les pores étaient les cavités sphériques, leur rayon serait

$$R' = \sqrt{\frac{5}{3}}, \quad R = 34\ \text{Å}.$$

Pour le phénomène étudié un bon catalyseur doit contenir peu de pores d'un diamètre inférieur à une soixantaine d'angströms.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur les potentiels normaux et la constitution des solutions aqueuses de polysulfures.* Note (*) de Mme DORA PESCHANSKI et M. GABRIEL VALENSI, présentée par M. Paul Pascal.

Des ions polysulfurés S_y^{--}, pour lesquels $1 < y \leq 5$, prennent naissance par action du soufre solide sur une solution aqueuse d'un sulfure alcalin (1). Le but de la présente Note est de montrer qu'en supposant connus les potentiels normaux (2) des divers couples oxydo-réducteurs existants, l'on peut déduire leurs proportions (*et par conséquent l'indice moyen $\bar{y}$ contrôlable analytiquement*) de la molarité totale en soufre de monosulfure c, le potentiel d'oxydo-réduction e et le pH de la solution étudiée.

Parmi les divers groupes, non indépendants, de systèmes oxydo-réducteurs en présence, le choix des couples

$$(1) \qquad y\,S_{y-1}^{--} \rightleftharpoons (y-1)\,S_y^{--} + 2\,\varepsilon$$

paraît indiqué. Les paramètres directement accessibles (c, $\bar{y}$, e, pH) sont liés à 20°C. à la composition et aux potentiels normaux e_y^0 par les 7 équations

$$(2) \qquad [SH^-] + [S^{--}] + [S_2^{--}] + [S_3^{--}] + [S_4^{--}] + [S_5^{--}] = c,$$

$$(3) \qquad [SH^-] + [S^{--}] + 2[S_2^{--}] + 3[S_3^{--}] + 4[S_4^{--}] + 5[S_5^{--}] = c\bar{y},$$

$$(4)\,(5)\,(6)\,(7) \qquad e = e_y^0 + 0{,}029 \log_{10} \frac{[S_{y-1}^{--}]^y}{[S_y^{--}]^{y-1}} \qquad (\text{avec } y = 2, 3, 4, 5),$$

$$(8) \qquad \frac{[S^{--}][H^+]}{[SH^-]} = 10^{[illegible]}$$

On néglige ainsi, en regard des autres termes de (2), (3) [illegible], les ions d'indice supérieur

(*) Séance du 20 septembre 1948.

(1) Mme PESCHANSKI, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. [illegible].

(2) Il s'agira de potentiels normaux *apparents*, c'est-à-dire rapportés aux concentrations unités au lieu des activités unités. Ils dépendent, en principe, de la force ionique et seront ici exprimés au moyen de la convention de signe inverse de celle de G. N. Lewis.

à 5; *b.* les ions hydrogénés polysulfurés HS_y acides relativement forts [3]; *c. a fortiori* les polysulfures d'hydrogène S_yH_2; *d.* l'hydrogène sulfuré.

Si donc l'on cherchait à préciser d'abord les potentiels utiles e^0_y au moyen de données purement expérimentales, il faudrait, en principe, examiner séparément 4 états, mais le système des 28 équations à 28 inconnues ainsi posé, serait inextricable.

Pour une première approximation, nous avons essayé les valeurs *a priori* plausibles des potentiels normaux :

$$e^0_2 = -0,558; \quad e^0_3 = -0,526; \quad e^0_4 = -0,477; \quad e^0_5 = -0,412 \text{ volts.}$$

Elles ont été déduites des considérations suivantes, auxquelles les mesures de l'un de nous [1] ont fourni les éléments numériques :

a. Le potentiel normal e^0_5 du système $5S_4^{--} \rightleftharpoons 4S_5^{--} + 2\varepsilon$ est tiré de (7) en supposant qu'aux valeurs de y très voisines de 5, S_5^{--} et S_4^{--} sont prépondérants; *b.* le potentiel normal ($e^0 = -0,315$) de formation de S_5^{--} selon

$$(9) \qquad S_5^{--} \rightleftharpoons 5S + 2\varepsilon,$$

est déduit du potentiel e mesuré pour $\bar{y} = 5$, en présence de soufre solide [4]; *c.* en groupant ces deux valeurs, on obtient l'énergie libre normale de la réaction de sulfuration

$$(10) \qquad S_4^{--} + S \rightleftharpoons S_5^{--};$$

d. Il est d'autre part vraisemblable que l'affinité pour le soufre diminue quand la polymérisation de l'ion augmente, et *une hypothèse consiste à supposer qu'elle varie à peu près en progression arithmétique* avec $\bar{y}$. En comparant [4] (9) à la réaction

$$(11) \qquad S^{--} \rightleftharpoons S + 2\varepsilon$$

dont le potentiel normal ($e^0 = -0,49$) est connu, on obtient la somme des termes de cette progression, dont (10) fournit le 4e, d'où séparément chaque terme; *e.* en additionnant successivement pour les diverses valeurs de y

$$(12) \qquad S_y^{--} \rightleftharpoons yS + 2\varepsilon$$

et

$$(13) \qquad S_{y+1}^{--} \rightleftharpoons S_y^{--} + S,$$

on calcule de proche en proche, partant de (11), les potentiels normaux de formation de tous les ions polysulfurés et il est facile d'en déduire les potentiels normaux des 4 couples (1).

Si l'on se donne, en sus des e^0_y, les valeurs (c, e, pH) correspondant à un état réalisé, la résolution du système d'équations (2), (4), (5), (6), (7), (8) se

---

[4] Cette supposition a d'ailleurs été faite par W. H. Latimer (*Oxydation potentiels*, Prentice Hall Inc., New-York, 1938, p. 34) qui a essayé d'obtenir très indirectement des potentiels normaux analogues à ceux ici en cause, mais dont les valeurs paraissent inconciliables avec les résultats expérimentaux de l'un de nous [1].

[5] G. Valensi, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 352.

ramène à l'équation

$$(14)\quad [SH^-] + A_1[SH^-] + A_2[SH^-]^2 + A_3[SH^-]^3 + A_4[SH^-]^4 + A_5[SH^-]^5 = c.$$

Les coefficients A_ν sont faciles à relier aux e^0_ν, à e et au pH. Chaque terme s'identifie au terme de même rang de (2), c'est-à-dire exprime une des teneurs cherchées. L'équation (3), *non encore utilisée*, fournit alors $\bar{y}$. Le tableau qui suit compare, à titre d'exemple, les valeurs de $\bar{y}$ ainsi calculées aux résultats obtenus par l'un de nous ([1]), au voisinage de la demi-molarité.

c.	e.	pH.	$[SH^-]$.	$[S^{--}]$.	$[S_2^{--}]$.	$[S_3^{--}]$.	$[S_4^{--}]$.	$[S_5^{--}]$.	$\bar{y}$ calc.	$\bar{y}$ exp.
0,433	−0,472	13,19	0,314	0,006	0,035	0,055	0,018	0,063	1,49	1,45
0,456	−0,463	13,08	0,280	0,004	0,053	0,076	0,035	0,008	1,93	1,96
0,410	−0,440	12,93	0,130	0,001	0,023	0,107	0,102	0,047	2,76	2,71
0,408	−0,425	12,93	0,058	0,001	0,015	0,100	0,139	0,092	3,40	3,33
0,408	−0,411	12,91	0,027	0,000	0,013	0,080	0,151	0,136	3,86	3,75
0,433	−0,389	12,54	0,017	0,000	0,004	0,052	0,151	0,210	4,23	4,22
0,430	−0,374	12,31	0,012	0,000	0,002	0,035	0,135	0,246	4,40	4,46
0,418	−0,352	12,14	0,004	0,000	0,001	0,019	0,107	0,287	4,61	4,67
0,442	−0,298	11,59	0,001	0,000	0,000	0,004	0,057	0,380	4,84	4,83

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Détermination du degré de condensation des ions basiques de plomb par mesures de produits de solubilité.* Note (*) de M. **Jacques Faucherré**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans des précédentes communications ([1]), ([2]), ([3]) nous avons montré par deux méthodes différentes qu'en milieu homogène et pour des concentrations du cation bien déterminées, les ions basiques de plomb existent en solution à l'état tétracondensé. Il nous a donc semblé nécessaire de rechercher si un phénomène identique se produit lorsqu'on opère en milieu hétérogène, c'est-à-dire à l'équilibre entre sel basique peu soluble et ion correspondant.

Cette étude est basée sur l'introduction d'une nouvelle variable : la concentration de l'anion. Si l'on met en suspension du nitrate basique *diplombique* $(NO_3)_2Pb, Pb(OH)_2$ dans des solutions de teneurs variables en ions $\bar{NO_3}$ et si l'on opère en force ionique constante, l'évolution de la solubilité de ce sel est fonction de $[\bar{NO_3}]$ suivant une loi qui dépend du degré de condensation de l'ion basique en équilibre avec ce dernier.

(*) Séance du 11 octobre 1948.

([1]) J. Faucherre et R. Schaal, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 118.

([2]) M. Geloso et J. Faucherre, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 200.

([3]) M. Geloso et J. Faucherre, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 430.

Soit, en effet, n le degré de condensation de cet ion basique, le produit de solubilité du nitrate basique *diplombique* sera de la forme :

$$[(\overset{n+}{\text{PbOH}})_n][\overset{-}{\text{NO}_3}]^n = S. \qquad (1)$$

Les quantités entre crochets représentent les concentrations des différentes espèces d'ions. Nous pouvons nous permettre une telle approximation si l'on maintient constante la force ionique de la solution ([4]). La relation (1) fournit donc un produit de solubilité apparent à la force ionique μ considérée.

Soit s la teneur en plomb total de la solution, rapportée à un atome de plomb. La stabilité de l'ion basique est très suffisante pour écrire ([5])

$$[(\text{PbOH})_n] \simeq \frac{s}{n}.$$

Soit x la concentration des ions $\overset{-}{\text{NO}_3}$ introduits dans la solution, on a $[\text{NO}_3]^n = (s+x)^n$, d'où : $s.(s+x)^n = \text{K}n = \text{K}'$ puisque n est constant ou encore : $\log s = \log \text{K}' - n \log(x+s)$, en différentiant il vient

$$\frac{d \log s}{d \log(x+s)} = -n. \qquad (2)$$

Cette relation différentielle doit être égale à -4 si l'hypothèse résultant de nos travaux antérieurs est exacte.

Nous avons préparé le nitrate diplombique par addition de la quantité théorique de soude dans du nitrate de plomb pur. L'addition d'alcali s'effectue goutte à goutte sous un énergique barbotage d'azote. Le précipité est recueilli sur plaques en verre fritté, après 24 heures d'agitation, lavé puis introduit aussitôt dans une série de flacons paraffinés contenant un mélange en proportions variables de nitrate et de perchlorate de calcium ([6]). L'addition de perchlorate permet de maintenir constante la force ionique de la solution. Afin d'accélérer l'équilibre solide-solution, chaque flacon est soumis à une agitation énergique de 24 heures ([7]). On prélève alors un volume connu de la solution surnageante et l'on ajoute de l'acide nitrique de telle sorte que sa concentration soit

---

([4]) Sur la légitimation de l'emploi des concentrations en lieu et place des activités ioniques, consulter les Notes précédentes.

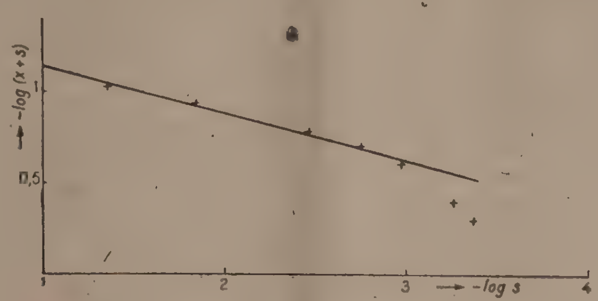
([5]) Le pH des différentes solutions étudiées se situe entre 6,70 et 7,00, en excellent accord avec le pH relevé sur la courbe de titrage d'une solution de $(\text{NO}_3)_2\text{Pb}$ dans un milieu de force ionique identique au point d'abscisse correspondant au sel $(\text{NO}_3)_2\text{Pb}$, Pb(OH)_2. La quantité d'ions $\overset{-}{\text{OH}}$ en solution étant extrêmement faible, il faut en conclure que la dissociation de l'ion basique en ions $\overset{-}{\text{OH}}$ et Pb^{++} est quasi nulle.

([6]) Concentration totale en ions Ca^{++} : 5.10^{-1} M.

([7]) Dans toutes ces opérations, les précautions d'usage de protection contre le CO_2 de l'air ont été respectées.

0,25 N, on dose alors au polarographe le plomb total passé en solution. Il est reconnu que, dans ces conditions, le dosage du plomb à l'électrode à goutte de mercure est particulièrement précis.

Les points expérimentaux se situent d'une manière satisfaisante sur une droite de pente très voisine de 4, ce qui, d'après la relation (2) correspond à $n=4$ [8]. Les ions basiques de plomb en équilibre avec le nitrate diplombique peu soluble seraient donc, comme en milieu homogène, de la forme $\left\{ (\overset{++++}{\text{PbOH}})_4 \right\}$.



On constate sur la figure qu'aux fortes concentrations en ions $\bar{NO_3}$ ($\bar{NO_3} > 4.10^{-1}$ M) les points deviennent aberrants, ce qui pourrait s'expliquer par une association : ion $\left\{ (\overset{++++}{\text{PbOH}})_4 \right\}$ — ion $\bar{NO_3}$, analogue à celle qui fut mise en évidence par Näsanen [9] et Righelatto [10] dans le cas des ions Pb^{++} simples et $(PbNO^3)^+$.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Influence de l'acide nitreux sur la nitration de la diméthylaniline en milieu nitrique. Application au dosage des traces d'acide nitreux dans* NO_3H. Note (*) de M. **François-Michel Lang**, présentée par M. Louis Hackspill.

Ce n'est qu'après une *période d'induction* plus ou moins longue suivant les conditions expérimentales que l'acide nitrique dilué (20 %) agit sur la diméthylaniline donnant naissance au nitrate de paranitrosodiméthylaniline et à des produits d'oxydation. Le milieu, d'abord limpide et incolore, jaunit, puis vire au brun, et enfin la nitrosation s'accompagne d'une brusque précipitation de produit, caractérisée par l'apparition d'un trouble [1], [2].

---

(8) Dans le cas d'ions bi, tri... condensés, la pente eût été respectivement de 2, 3, etc.

(9) *Ann. Acad. sc. fennicae* (Helsinsky), 13, novembre 1944.

(10) E. C. Righelatto et C. W. Davies, *Trans. Farad. Soc.*, 26, 1930, p. 592.

(*) Séance du 4 octobre 1948.

(1) F.-M. Lang, *Thèse, Faculté des Sciences*, Paris, 6 janvier 1948.

(2) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1381.

Les facteurs qui influencent la durée de cette période sont les mêmes que ceux qui agissent sur la formation des vapeurs nitreuses dans NO_3H : chaleur, luminosité, matières organiques et naturellement addition d'acide nitreux (sous forme de NO_2Na par exemple). En maintenant tous les autres facteurs constants, nous avons essayé de faire varier la quantité d'acide nitreux, introduit sous forme d'une solution connue de NO_2Na (NO_2Na en solution dans l'acide nitrique dilué peut être considéré comme l'équivalent d'une molécule de NO_2H; au contraire en milieu nitrique concentré, la moitié de la molécule est détruite et l'on ne retrouve, en le diluant ultérieurement, que la moitié d'une molécule de NO_2H).

Nous avons construit des courbes types en portant en abscisse la quantité de nitrite de soude (calculé en NO_2H pour 100^g de NO_3H réel) et en ordonnée le temps nécessaire à l'apparition du trouble après introduction de la diméthylaniline. Nous avons vérifié que nos résultats étaient reproductibles à condition de ne doser que de faibles quantités de NO_2H. D'autre part il est possible, si l'on opère à basse température, d'étendre d'eau les solutions nitriques concentrées *à bas taux de vapeurs nitreuses*, en ne modifiant que très peu cette quantité de vapeurs. La méthode est donc valable pour doser des traces de vapeurs nitreuses dans un acide nitrique de n'importe quelle concentration, traces non dosables par les méthodes habituelles.

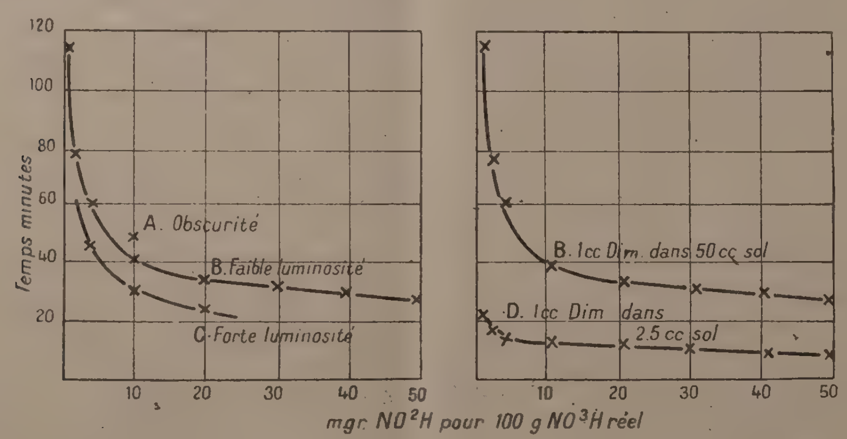


Fig 1. — Influence de la luminosité. Fig. 2. — Influence de la dilution.

En pratique on ramène à 20 % le titre de l'acide (en ajoutant soit de l'eau, soit de l'acide nitrique plus concentré et ne contenant naturellement pas trace de vapeurs nitreuses, il faut opérer à froid et très lentement). Ensuite on ajoute à 50$^{cm^3}$ de cette solution, maintenue à 0° C., 1$^{cm^3}$ de diméthylaniline et l'on maintient le vase à réaction à l'abri des poussières. Pour éviter l'influence du facteur luminosité on opère en deux phases : 1° on porte le temps observé sur une courbe obtenue précédemment avec des solutions de teneurs connues en NO_2H (*fig.* 1, courbe B par exemple) : 2° on refait un essai en menant en

parallèle la solution à analyser et deux solutions de titre connu encadrant le résultat trouvé sur la courbe, ce qui permet d'obtenir facilement la correction due à la différence de luminosité.

Les meilleurs résultats sont obtenus pour des quantités de l'ordre de 5^{mg} de NO_2H pour 100^g de NO_3H réel (erreur relative 1/20); ils sont encore très intéressants jusqu'à 30^{mg} de NO_2H (erreur relative 1/10); au dessus de cette quantité la méthode au MnO_4K devient préférable. On peut en outre affirmer avec certitude si un acide contient moins de 1^{mg} de NO_2H pour 100^g de NO_3H réel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Interprétation de certaines réactions en série anthracénique*. Note (*) de MM. **André Étienne** et **Raymond Brisson**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Les scissions et transpositions particulières par l'acide chlorhydrique que nous avons observées (1) sur le diquinol dihydroanthracénique phénylé α-furylé (VIII), imputables au cycle furannique, peuvent se rattacher à un certain nombre de faits connus.

On peut, en effet, considérer ces réactions comme étant de même nature que les attaques du cycle furannique par les acides, déjà signalées dans les publications [*voir* entre autres (2)]; une ressemblance plus directe avec ce qui se passe pour le diphényl α-furylcarbinol (II) doit être mise en évidence. De plus, nous pensons voir aussi, dans le comportement du diquinol dihydroanthracénique phénylé α-furylé (VIII), quelques analogies avec ce qui se passe avec les méso dérivés des mésométhylméthylidène dihydroanthracènes et benzanthracènes (V). Le but de cette Note est précisément de relier ces phénomènes en essayant de leur donner une interprétation commune.

Confirmant les données de Ushakov et Kucherov (3), nous avons constaté que le diphényl α-furylcarbinol (II) et son éther méthylique, $C_{18}H_{16}O_2$, F 43-45° [Litt. (3) $É_{10}$ 180-182°] donnaient à froid, en présence d'alcool chlorhydrique, l'alcoxy-5 benzhydrylidène-2 dihydro-2.5 furanne (IV), par mésomérie de l'ion carbénium (III $a \longleftrightarrow$ III b) (une action plus poussée transformerait ensuite le corps en benzhydryl-2 alcoxy-5 furanne puis en acide δ-diphényllévulique).

Avec les mésodérivés alcoxylés ou acétoxylés des mésométhylméthylidènes

---

(*) Séance du 27 septembre 1948.

(1) *Comptes rendus*, **227**, 1948, p. 208 et 288.

(2) H. Gilman et G. F. Wright, *Chem. Rev.*, **11**, 1932, p. 345; *Traité de V. Grignard*, **18**, 1945, p. 61; A. P. Dunlop, *Ind. Eng. Chem.*, **40**, 1948, p. 208.

(3) *J. Chim. Gén.* (U. R. S. S.), **14**, 1944 p. 1073; *Chem. Abstracts*, **40**, 1946, p. 7185².

dihydroanthracènes et benzanthracènes (V), Fieser et ses collaborateurs ([4]), ont constaté la migration des alcoxyles ou des acétoxyles sur le carbone méthylique, permettant d'aboutir à des composés anthracéniques (VII). Nous pensons qu'il est possible d'envisager également cette réaction comme une mésomérie (VI*a* ⟷ VI*b*) d'ion carbénium.

Nota. — On n'a indiqué que les formules limites prépondérantes qui interviennent dans les réactions.

Pour expliquer les réactions observées dans le cas du diquinol phénylé α-furylé (VIII) on peut appliquer des mécanismes similaires en s'aidant des analogies de structure. En effet, on est en droit de considérer la molécule du diquinol (VIII) comme provenant de la réunion, par mise en commun de deux phényles latéraux, d'une molécule de triphénylcarbinol (I) et d'une molécule de diphényl α-furylcarbinol (II) ([5]). On aurait alors la superposition et la

---

([4]) R. B. Sandin et L. F. Fieser, *J. Am. Soc.*, **62**, 1940, p. 3098; R. B. Sandin, R. Kitchen, et L. F. Fieser, *id.*, 65, 1943, p. 2018; L. F. Fieser et S. T. Putnam, *id.*, **69**, 1947, p. 1043.

([5]) Une hypothèse analogue avait été très fructueuse pour prévoir la protooxydabilité du mésodiphénylanthracène par Ch. Dufraisse et A. Etienne, (*Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 280).

composition des mécanismes des deux exemples de transpositions anionotropiques indiqués ci-dessus.

Ainsi, sous l'action de HCl aqueux, il y aurait, dans la molécule (VIII), départ simultané, ou en deux stades, des deux oxhydryles en 9' et 10' de l'anthracène. Deux cas peuvent alors se présenter suivant que l'on opère sans alcool ou avec alcool. Ce seraient les anions $OH^{\ominus}$, de l'eau, lorsqu'il n'y a pas d'alcool, ou $OR^{\ominus}$, de l'alcool ROH, qui se fixeraient en 5 du cycle furannique pour donner respectivement les carbéniums en résonance : IX*a* ⟷ IX*b* (opération sans alcool), XI*a* ⟷ XI*b* (opération avec alcool). Il y aurait en plus un départ facilité de l'H en 5 à l'état de proton. Sans alcool, on obtiendrait alors le (phéno-9' anthranyl)-2 hydroxy-5 furanne (X*a*) en tautomérie avec la lactone (X*b*). En présence d'alcool il y aurait hydrolyse du composé (XII), avec formation de l'éther-sel (XIII) du (phéno-9' anthranyl)-4 butène-3 ol-4 oïque, correspondant à l'alcool utilisé.

Il est curieux de remarquer qu'avec H au lieu d'OH en 9', comme chez le phényl-9 furyl-10 hydroxy-10 dihydro-9.10 anthracène (XIV), par exemple, on obtient, dans les mêmes conditions, le phényl-9 furyl-10 anthracène (XV*b*), par HCl en présence ou non d'alcool. La déshydratation, par l'intermédiaire de l'ion multipolaire (XV*a*), est plus rapide et se produit avant toutes les transpositions pouvant affecter le cycle furannique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *A propos de l'étude spectrographique des photooxydes anthracéniques : un fait nouveau sur l'addition maléique.* Note (*) de M. **Ivan Gillet**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Dans une Note précédente ([1]) nous avions apporté à la constitution proposée pour les photooxydes (I), l'appui d'une première série de mesures spectrographiques portant sur l'anthracène simple.

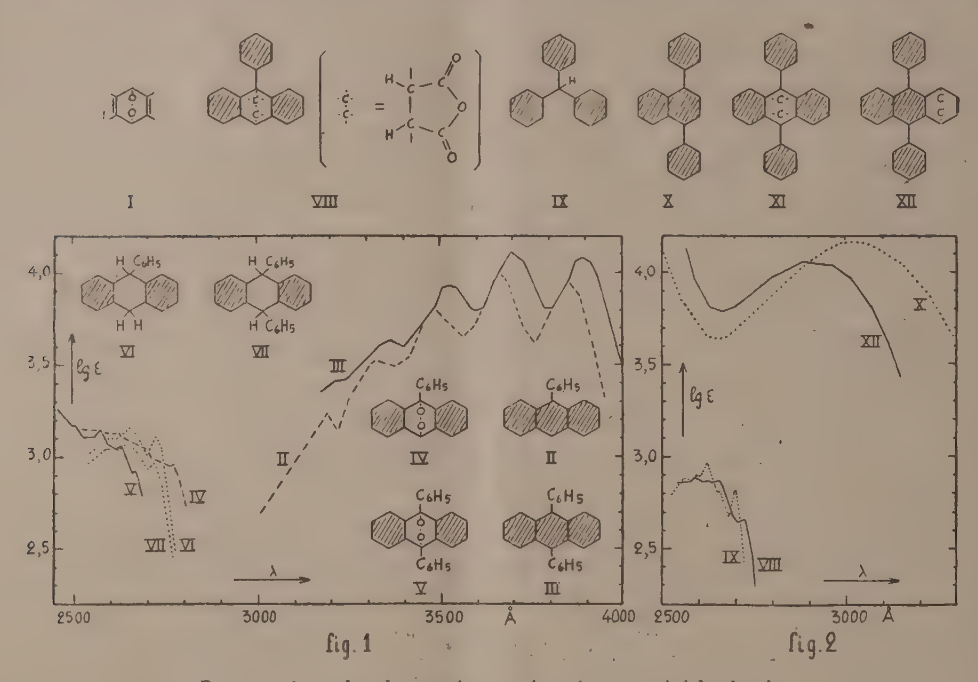
En poursuivant les mesures dans les séries du phényl-9 anthracène (II) et du diphényl-9.10 anthracène (III), nous avons vu nos conclusions se confirmer. Les photooxydes (IV) et (V) de ces deux derniers corps sont bien des dérivés des dihydrures (VI) et (VII). On voit, en effet (*fig.* 1), que dans chacune de ces deux séries la courbe d'absorption, anthracénique, de l'hydrocarbure de départ est transformée, lors de l'addition d'oxygène, en une courbe de type benzénique, voisine de celle du dihydrure. Le système mésomère anthracénique est scindé en deux systèmes benzéniques indépendants ; le carbone et l'oxygène sont donc bien unis en méso par des liaisons chimiques normales.

Pour affermir encore nos conclusions, nous avons voulu, comme pour

(*) Séance du 4 cotobre 1948.

([1]) Ch. Dufraisse et I. Gillet, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 191.

l'anthracène simple, pousser plus loin la comparaison en prenant les spectres des dérivés d'addition maléique. Cela nous a mis en présence d'un fait nouveau inattendu. Alors que la courbe d'absorption du dérivé maléique (VIII) du phényl-9 anthracène est située, comme on s'y attendait, dans la même région benzénique que celle du dihydrure correspondant (VI) (*fig.* 1), où elle avoisine étroitement, celle du triphénylméthane (IX) (*fig.* 2), la courbe du dérivé maléique du diphényl-9.10 anthracène (XII) (*fig.* 2) s'écarte notablement de



Dans ces formules, les systèmes mésomères ont été hachurés.

cette région et ressemble de façon frappante à celle du diphényl-1.4 naphtalène (X). D'une part, le caractère d'adduct diénique simple du maléique du diphényl-9.10 anthracène est incontestable ([2]) mais, d'autre part, la formule (XI), antérieurement proposée ([2]), ne peut être retenue, car elle ne présente que des systèmes mésomères benzéniques indépendants. S'il avait la constitution supposée (XI), le corps devrait avoir un spectre d'absorption voisin de ceux des deux maléiques précédents, celui de l'anthracène et celui du phényl-9 anthracène. C'est pourquoi nous proposons, comme hypothèse de travail, la formule (XII), qui respecte la nature de dérivé d'addition du corps, tout en rendant compte de l'absorption diphénylnaphtalénique. Dans cette constitution, le système mésomère, responsable de l'absorption ultraviolette, serait en effet très voisin de celui du diphénylnaphtalène (X).

([2]) Ch. Dufraisse, M. et Mme L. Velluz, B., 5e série, 5, 1938, p. 1073.

L'anomalie s'expliquerait comme il suit : l'addition de l'anhydre maléique en 9.10 serait empêchée par l'encombrement stérique de deux phényles sur les mêmes sommets. En élevant la température, on arriverait alors à faire entrer en action un autre système diénique, normalement moins réactif que le diène en méso, en l'espèce le système 1-2-3-4. Ainsi s'expliqueraient, à la fois, les difficultés de la formation du maléique diphényl-9.10 anthracénique et son extrême instabilité (²).

MINÉRALOGIE. — *Sur le xylotile, variété ferrifère de sépiolite.* Note de Mlle **Simonne Caillère**, M. **Stéphane Hénin** et Mme **Suzanne Mériaux**, présentée par M. Charles Mauguin.

Le xylotile est un minéral brun fibreux que l'on rencontre en plaquettes, comme produit secondaire dans certaines roches éruptives [1].

Il a été considéré par quelques auteurs comme un chrysotile ferrifère; l'un de nous, en utilisant les résultats de l'analyse thermique, a pu établir qu'il s'agissait d'une espèce différente des constituants des serpentines [2].

Si l'on compare la courbe d'analyse thermique du xylotile à celles des autres minéraux fibreux, on est frappé de sa ressemblance avec celles des sépiolites, bien que les crochets soient mieux marqués dans le second cas. Rappelons que la courbe de la sépiolite se caractérise par trois inflexions endothermiques, l'une à 150° importante, la seconde à 400° peu accusée et la troisième à 750° nette, mais faible, et qu'elle présente en outre un crochet exothermique vers 780°. Les accidents de la courbe du xylotile se produisent avec la même importance relative à des températures inférieures et légèrement variables avec la teneur en fer.

Partant de cette observation, nous avons essayé, en utilisant d'autres méthodes, de vérifier la ressemblance ainsi constatée et d'établir si les deux minéraux considérés appartenaient bien au même groupe. Nous avons utilisé pour cela deux échantillons particulièrement purs de chacune des deux espèces, xylotile de Schneeberg et sépiolite d'Ampandrandava.

Les analyses chimiques fournissent les résultats suivants : *xylotile Schneeberg :* 46,60 de SiO_2, 0,65 Al_2O_3, 16,76 Fe_2O_3, 1,50 FeO, 0,32 MnO, 0,71 CaO, 15,49 MgO, 0,05 TiO_2, 8,12 H_2O-, 10,30 H_2O+; *sépiolite Ampandrandava :* 52,50 SiO_2, 0,60 Al_2O_3, 2,99 Fe_2O_3, 0,70 FeO, 0,47 CaO, 21,31 MgO, 12,06 H_2O-, 9,21 H_2O+, et permettent de se rendre compte que les deux minéraux ont des compositions équivalentes.

Les courbes de déshydratation faites, avec la thermobalance Chévenard,

---

(¹) A. Lacroix, *Minéralogie de la France*, Paris, 5, 1913, p. 5.
(²) S. Caillère, *Thèse* (*Bull. Soc. fr. Min.*, 60, 1936, p. 12).

présentent également de grandes analogies. Le tableau suivant indique les températures des principaux accidents ainsi que la perte de poids correspondant à chacun d'eux.

Xylotile de Schneeberg.		Sépiolite d'Ampandrandava.	
Températures des départs d'eau.	Perte de poids (%).	Températures des départs d'eau.	Perte de poids (%).
Eau hygroscopique	11,70	Eau hygroscopique	10,20
210°	2,90	250°	3,12
310	1,90	400	2,40
470	1,60	630	1,45
590	2,07	770	2,00
	20,17		19,17

Dans l'ensemble, les départs d'eau du xylotile se produisent à plus basses températures que ceux de la sépiolite. Ce fait ne diminue pas la valeur de l'analogie constatée, car il est général quand on compare un minéral magnésien à son équivalent ferrifère ([3]).

Évidemment, les données optiques et la densité sont différentes pour ces deux minéraux comme on pouvait s'y attendre, étant donné le remplacement du magnésium par le fer.

	n_p.	n_g.	Biréfringence.	Densité.
Sépiolite	1,49	1,50	0,010	2,08
Xylotile	1,56	1,58	0,020	2,30

L'élément décisif de cette comparaison est fourni par l'examen à l'aide des rayons X. En effet, on peut isoler des fibres de sépiolite et de xylotile qui donnent des diagrammes caractéristiques de la texture fibreuse. Les deux séries de taches sont aussi identiques que possible, quant aux équidistances et aux intensités estimées qualitativement. Elles sont très voisines de celles données par H. Longchambon ([4]) et G. Migeon ([5]). Suivant l'axe de la fibre, on constate une période de 5,3 Å dans les deux minéraux.

La concordance des résultats obtenus par les diverses méthodes permet donc de considérer le xylotile comme une variété ferrifère de sépiolite. Il ne semble donc pas nécessaire de maintenir ce nom dans la nomenclature.

([3]) S. Caillère et S. Hénin, *Compte rendu, Journées du Cobea*, Bruxelles, 1947 (sous presse).

([4]) *Bull. Soc. fr. Min.*, 60, 1936, p. 232.

([5]) *Bull. Soc. fr. Min.*, 60, 1936, p. 6.

GÉOLOGIE. — *Une ligne de dislocation majeure en Afrique occidentale et saharienne.* Note (*) de M. **Roman Karpoff**, transmise par M. Charles Jacob.

L'existence d'une très longue cassure, ou plutôt d'un axe de cassures, parallèle à la discordance de base du Pharusien dans la région orientale de l'Adrar des Iforas, m'autorise aujourd'hui à relier quelques observations éparses ayant trait à des régions qui s'échelonnent du Golfe de Guinée au cœur du Sahara.

Sur la côte méridionale de la Gold Coast, les bancs plissés et fossilifères d'une cuvette (?), d'âge dévonien moyen ou Accraïen, *sont coupés par de nombreuses failles* orientées 30° Est et 18° Ouest (1).

En remontant vers l'intérieur des terres, au Nord-Nord-Est d'Accra, on rencontre bien vite des formations très probablement antécambriennes, le Buem et l'Akwapimien. Au contact de l'Akwapimien, les terrains du Buem sont violemment écrasés et faillés. Vers le Nord et le Nord-Ouest, la série d'Oti, d'âge probablement ordovicien, repose en discordance sur le Buem; elle occupe, avec le Voltaïen analogue, une superficie considérable et reste pratiquement horizontale, *sauf à sa bordure orientale où apparaissent des plis.*

Vers le Nord-Nord-Est, au Togo français, Kouriatchy signale dans le Buem des traces d'efforts mécaniques intenses : mylonites, roches laminées, tandis que de nombreuses failles coupent les terrains des Monts Togo (Akwapimien) (2). Comme en Gold Coast, les terrains d'Oti, normalement horizontaux, *sont légèrement plissés à leur limite* Est.

La chaîne des Monts Togo se continue au Dahomey (Monts Atacora); là encore, H. Hubert a remarqué la présence de failles, accompagnées du redressement brusque des bancs akwapimiens (3). Mais son observation la plus intéressante concerne le Gourma, région située au Nord de la chaîne de quartzites, où divers grès probablement ordoviciens sont horizontaux, à une seule exception près : à Saborga, à 45^{km} au Sud-Ouest de Diapaga et sur une courte distance, *les grès sont brusquement redressés à la verticale par le passage d'une faille.*

Vers le Nord du Gourma, les observations géologiques sont bien incomplètes, on sait que les formations anciennes affleurent dans le lit de certains cours d'eau. Puis, par delà le Niger, on traverse une vaste steppe à substratum tertiaire, secondaire et primaire, pour retrouver l'Antécambrien dans l'Adrar des Iforas. A la bordure orientale de ce massif, affectant la discordance de base du Pharusien ou s'en écartant très peu, existe une zone quelquefois très étroite où j'ai pu observer soit des mylonites (Adr. In Tedjenane), soit un écrasement violent atteignant même des granites hyperalcalins (Tin Essalag), soit enfin une lentille d'un grès très probablement primaire, longue de 300^{m}, intercalée dans des mylonites pharusiennes à 15^{km} au Nord d'In Azarraf. Il s'agit ici d'une zone de rupture, s'écrasant ou même se perdant dans quelques noyaux très rigides, et que j'ai reconnue sur une distance de près de 500^{km}. Le mouvement relatif est une remontée d'un bloc oriental pharusien, amenant quelquefois des gneiss au contact de phyllades (O. Tibeleïenine).

Laissant de côté toute citation de failles ou déformations voisines et parallèles à celle en

(*) Séance du 4 octobre 1948.

(1) N. R. Junner, *Gold Coast Geol. Survey*, n° 10, 1940.

(2) *Chron. Mines coloniales*, 1934, p. 58-70.

(3) *Contribution à l'étude de la Géographie physique du Dahomey* (*Thèse*, Paris, 1908).

cours d'étude, par delà la grande pénéplaine antécambrienne située au Nord de Timissao, il est intéressant d'aborder l'Ahnet et le Mouidir. Dans ces régions, une longue avancée vers le Nord des terrains cristallins sans relief, plongeant jusqu'au cœur des plateaux primaires du Tassili, a été déjà décrite en 1904, par E.-F. Gautier [4]. Cet accident important, dont un côté pittoresque se voit aux gorges d'Arak, sépare le Mouidir de l'Ahnet. Il a été attribué soit au passage de failles ayant soulevé un *gradin* cristallin [5], soit à un anticlinal avec plis-failles [6]. De toutes façons, l'accident tectonique existe là, brutal et net, s'atténuant vers le Nord où il se perd à la bordure crétacée du Tidikelt.

En résumé, on distingue en plusieurs endroits d'Afrique Occidentale et du Sahara français, la cicatrice d'une étroite zone de dislocation, affectant les terrains antécambriens et primaires, mais antérieure aux terrains tertiaires de couverture (*grès argileux*) de la boucle du Niger. Individualisée déjà à la fin de l'orogénèse pharusienne, cette zone faible, orientée N-1/4-NE en moyenne, a rejoué lors des plissements hercyniens. Vu leur importance régionale très semblable et leur remarquable alignement sur un même axe de part et d'autre des terrains tertiaires de couverture qui voilent les affleurements vers le Niger, il est logique de voir dans ces deux lignes de failles les traces d'une dislocation unique pour laquelle je propose le nom de *Grande faille orientale de l'Adrar des Iforas;* sa longueur est de 2400^{km} au moins.

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur l'âge des couches houillères du Bassin de Blanzy* (*Saône-et-Loire*). Note (*) de M. **Paul Corsin**, transmise par M. Pierre Pruvost.

Le Bassin houiller de Blanzy (Montceau-les-Mines) a été étudié, en premier lieu, par Grand'Eury [1] qui a essayé de classer stratigraphiquement les faisceaux de couches qu'on y trouve. Pour cet auteur, la Grande Couche inférieure et la Grande Couche supérieure de Montceau correspondraient à l'Étage des Cordaitées (= partie moyenne du Stéphanien moyen), tandis que les couches du couronnement (Découverts Maugrand et Saint-François) ou de Montmaillot appartiendraient à l'Étage des Calamodendrées (Stéphanien supérieur). Partant de cette base, il constatait alors que l'Étage des Filicinées (partie supérieure du Stéphanien moyen) manquait. Puis Zeiller, dans un Ouvrage magistral [2], a repris l'étude du Houiller de Blanzy. Il range les couches supérieures de Montceau-les-Mines (Découverts Saint-François, Sainte-Eugénie,

(4) *La Géographie*, **10**, n° **1**, 1904, p. 1-102.

(5) E. F. Gauthier et R. Chudeau, *Bull. Serv. Géol. Fr.*, 4e série, **7**, 1907, p. 195-218.

(6) Th. Monod et J. Bourcart, *Rev. Géogr. Phys. et Géol. Dyn.*, 5, III, 1932, p. 245-297.

(*) Séance du 11 octobre 1948.

(1) *Flore carb. du départ. de la Loire et du Centre de la France*, 1877, p. 508.

(2) *Bassin houil. et perm. de Blanzy et du Creusot* (Mém. top. souter., 1906).

Maugrand et Sainte-Hélène), recoupées par les puits de mines dans les régions de Montmaillot et des Perrots dans le Stéphanien supérieur, comme l'avait fait Grand'Eury. Mais à l'encontre de ce dernier auteur, il place encore les assises sous-jacentes (couches n°s 1 à 4, formant la zone médiane et la zone inférieure à cette dernière) dans l'Étage des Calamodendrées avec, tout au plus, les couches les plus inférieures dans le Stéphanien moyen (zone supérieure de l'Étage des Filicinées).

Au cours d'un séjour à Montceau-les-Mines, du 26 au 28 janvier 1948, en compagnie de MM. Monomakhoff, Chef du Service de Géologie et du Gisement aux Charbonnages de France, et Bouroz, Directeur-Adjoint du Service géologique aux Houillères du Nord de la France, j'ai pu revoir les importantes collections recueillies là, avant et depuis la parution de l'Ouvrage de Zeiller. D'autre part, en utilisant l'Atlas de ce dernier auteur ([3]), j'ai complété mes connaissances sur la flore de Blanzy.

La flore des couches exploitées à Blanzy (couches n°s 1 à 4) comprend, en laissant de côté les espèces banales et sans intérêt stratigraphique : *Callipteridium pteridium* Schloth., *C. gigas* Gutb., *Odontopteris Reichi* Gutb., *O. Brardi* Brong., *O. genuina* G. E., *O. obtusa* Weiss, *O. subcrenulata* Rost., *Mixoneura neuropteroides* Gœp., *Neuropteris crenulata* Brong., *N. pseudo-Blissi* Pot., *N. Planchardi* Zeil., *N. cordata* Brong., *Linopteris Brongniarti* Gutb., *L. Germari* Gieb., *Tæniopteris jejunata* G. E., *Pecopteridium Costei* Zeil., *Alethopt. Grandini* Brong., *Diplotmema Busqueti* Zeil., *D. Ribeyroni* Zeil., *Ovopteris pecopteroides* Landeskr., *Sphenopteris Matheti* Zeil., *S. pinnata* G. E., *Pecopteris cyathea* Schloth.. *P. Candollei* Brong., *P. hemitelioides* Brong., *P. lepidorachis* Brong., *P. oreopteridia* Schloth., *P. Daubrei* Zeil., *P. densifolia* Gœp., *P. polymorpha* Brong., *P. unita* Brong., *P. Bioti* Brong., *P. feminæformis* Schloth., *P. Pluckeneti* Schloth., *P. plumosa-dentata* Artis., *S. igillaria Brardi* Brong., *Sphenophyllum oblongifolium* Germ. et Kaulf., *S. longifolium* Germ., *Cordaites lingulatus* G. E.

Remarques. — 1° L'*O. Reichi* est extrêmement abondant dans toute l'épaisseur des couches de Blanzy. Cette espèce est identique à celle figurée par Zeiller, dans sa Flore de Blanzy (Pl. XIX à XXII), sous le nom d'*O. minor*. Les différences, que Zeiller avait cru voir, entre l'*O. Reichi* et l'*O. minor* de Montceau ne sont dues qu'à ce que les divers échantillons proviennent de régions différentes de la fronde ou de frondes différemment placées dans la plante. En réalité, il s'agit d'une espèce unique pouvant en outre avoir les bords des

---

([3]) *Comptes rendus*, 167, 1918, p. 689-691; *Succession régulière des zones végétales dans les bassins houillers français* (XIIIe Congr. géol. inter. Belgique, 1922, p. 607); *Stratigraphie du Westphalien et du Stéphanien dans les différents bassins houillers français* (Congr. de Stratigr. carbonif., Heerlen, 1927, p. 97); *Tableaux des flores succ. du Westph. sup. et du Stéphanien* (IIe Congr. Stratigr. carbon., Heerlen, 1935, p. 75).

pinnules contractés ou plus ou moins enroulés en dessous et simulant *Odontopteris minor* Brongniart.

2° Dans cette liste de plantes il y a lieu de souligner, outre la grande fréquence d'*O. Reichi*, l'abondance de *C. pteridium*, de *N. cordata*, de *L. Brongniarti*, de nombreux *Pecopteris* cyathéoïdes, de *Cordaites lingulatus* et de *Sphenoph. oblongifolium*, plantes que l'on trouve également dans toute la série des couches exploitées à Blanzy. On doit remarquer aussi, dans ces couches, la présence de *C. gigas*, *P. plumosa-dentata* et *O. Brardi*. Or ce sont, à quelques exceptions près, toutes les espèces caractéristiques du Stéphanien moyen tel qu'à plusieurs reprises l'a défini P. Bertrand ([3]).

3° Si l'on compare le Houiller de Montceau avec celui du bassin d'Épinac, on voit que la flore fossile de Blanzy renferme toutes les espèces trouvées dans l'étage moyen d'Épinac, et l'on doit remarquer que cet étage moyen est rangé par Delafond ([4]) dans le Stéphanien moyen.

Conclusions : Contrairement aux opinions exprimées précédemment, je place toutes les couches exploitées à Blanzy, aussi bien dans les Découverts que dans les puits (couches n° 1 à 4), dans le Stéphanien moyen ou Assise de Saint-Étienne caractérisée par la flore à *O. Reichi*, *C. pteridium* et *Cordaites lingulatus*. La présence d'*O. genuina*, *O. obtusa*, *P. Costei*, *N. Planchardi* et *N. pseudo-Blissi* dans les couches supérieures de Montmaillot et de Montceau (Découverts) précise que ces couches représentent le sommet du Stéphanien moyen.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Transformation expérimentale de la nervure en tige chez la feuille de Vigne isolée en survie.* Note (*) de Mlle **Germaine Debraux**, présentée par M. René Souèges.

J'ai signalé les modifications histologiques qui se produisent spontanément dans le pétiole de la feuille de Vigne isolée en survie : production de bois et de liber secondaires, d'un cambium interfasciculaire, d'un périderme et de tissus d'irrigation corticaux, radiaux et médullaires. Le pétiole, après plusieurs mois de survie de la feuille, s'est transformé en tige ([1]). Certaines de ces modifications histologiques spontanées, se répercutent sur toute la longueur des nervures, mais n'atteignent jamais l'importance qu'elles acquièrent dans le pétiole; les nervures principales d'une feuille de Vigne isolée depuis 5 mois sont peu modifiées; les cellules cambiales, entrées de nouveau en activité, se sont différenciées pour donner, d'une part, 2-3 assises d'éléments ligneux, d'autre part,

---

([4]) *Bassin houil. et perm. d'Autun et d'Épinac* (Mém. top. souter., 1889).

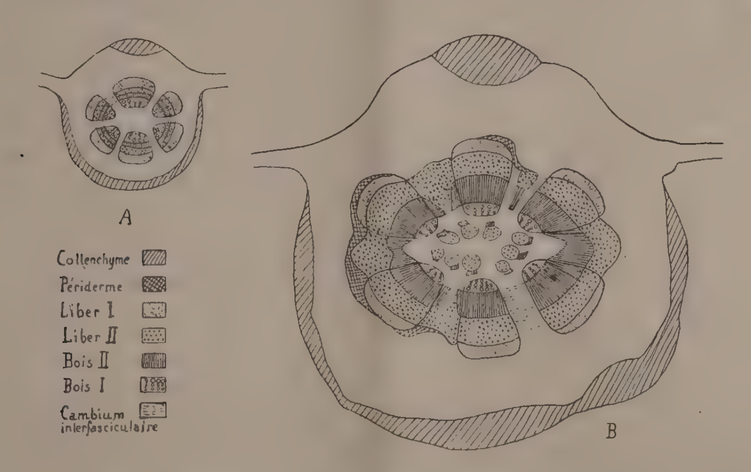
(*) Séance du 4 octobre 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 223-225.

2-3 assises d'éléments libériens; par place, un cambium interfasciculaire s'est ébauché. Quelle que soit la durée de survie (14 mois) de la feuille de Vigne, je n'ai jamais observé d'autres modifications.

Cette Note a pour but d'attirer l'attention sur la transformation de la nervure foliaire en tige quand on maintient la feuille dans certaines conditions expérimentales.

J'ai conservé pendant cinq mois, en culture aseptique sur milieu gélosé renfermant uniquement 5 % de saccharose, des fragments de limbe d'environ 1$^{cm^2}$ de surface, traversés par une nervure principale; ces fragments, traités ou non par l'acide α-naphtalène-acétique à 0^g,0500/00 pendant cinq heures, ont été conservés soit à la lumière, soit à l'obscurité; ce dernier facteur ne change pas sensiblement les résultats, mais l'action préalable de l'hétéro-auxine provoque des modifications physiologiques (en particulier hydrolyse du saccharose et de l'amidon) sur lesquelles je reviendrai; je signale simplement ici les changements morphologiques et histologiques. Les fragments s'enracinent rapidement (à partir du 21e jour) et se conservent en



Section transversale schématique d'une nervure principale de la feuille de Vigne : A, feuille entière isolée âgée de 5 mois; B, fragment de limbe isolé en culture aseptique âgé de 5 mois.

excellent état; le limbe demeure vert, les racines n'acquièrent jamais de chlorophylle. La nervure principale du fragment a triplé son diamètre; les faisceaux libéro-ligneux sont considérablement allongés et épaissis; le bois et le liber secondaires comprennent chacun 10-15 assises d'éléments sans vaisseaux; les cellules du cambium interfasciculaire d'origine secondaire se différencient par place en éléments ligneux et libériens, établissant ainsi la jonction des faisceaux conducteurs et tendant à constituer un anneau continu de bois et de liber, ainsi que cela se produit dans le pétiole de la feuille isolée en survie; enfin, par endroits, s'est développé un périderme d'origine péricyclique (bien que le péricycle fasse défaut dans la nervure), réalisant

ainsi complètement la transformation de la nervure foliaire en tige (*fig.* B). Toutes les cellules du parenchyme cortical et du collenchyme, des rayons médullaires, des parenchymes ligneux et libériens, de la moelle, sont bourrées de grains d'amidon de grande taille. On n'observe aucune modification de l'épaisseur du limbe.

La moelle, dont les cellules se sont agrandies et multipliées, est presque entièrement occupée par des îlots de tissus d'irrigation analogues à ceux que j'ai signalés dans le pétiole. Dans les conditions anormales où se trouvent placés les fragments de feuille, les cellules de la moelle sont susceptibles de retourner à l'état méristématique et de se diviser en produisant un procambium donnant du bois sous forme de trachéides et du liber.

Il ressort de mes observations que la technique de la feuille isolée en survie constitue une excellente méthode dans les recherches d'histogenèse.

PHYTOCINÉMATIQUE. — *Sur le géotropisme des racines.* Note de M. **Joseph Sivadjian**, présentée par M. René Souèges.

On attribue la tendance que présente la racine de se diriger vers la terre à une réaction géotropique due à l'intervention de la pesanteur. On cite à ce propos les expériences classiques de la roue de Knight. On admet, à la suite de ces expériences, que, dans cette forme de tropismes, la pesanteur peut être remplacée par la force centrifuge (et est à tort considérée comme une force équivalente à celle-ci). Cette opinion est d'ailleurs basée sur la vieille croyance que la rotation, due à l'action d'une force centripète, donne naissance à une force, dirigée en sens inverse, qui est précisément la force centrifuge. On sait cependant que les corps qui se meuvent sur une orbite circulaire, après la suppression de cette force, dite centripète, poursuivent leur mouvement, non pas dans la direction présumée de la force centrifuge, c'est-à-dire dans le prolongement du rayon de l'orbite circulaire, qu'ils sont en train de parcourir, mais suivant la tangente à cette orbite, donc dans une direction perpendiculaire à ce rayon. D'où l'on peut conclure que cette force, dite centrifuge, loin de constituer une force réelle, est en réalité une force fictive, une simple manifestation de l'inertie des corps.

On interprète maintenant les réactions géotropiques des végétaux par la mise en jeu des hormones de croissance, et dernièrement Mlle C. Bulard [1] a pu montrer que l'acide indol-β-acétique, aux concentrations 100 à 400 mg/l, détermine une inversion du géotropisme des plantules de *Thuya orientalis* dans une proportion très élevée, surtout à l'obscurité.

On possède encore l'expérience du clinostat. Les plantules fixées sur cet

(1) *Comptes rendus*, **227**, 1948, p. 443.

appareil et tournant autour d'un axe horizontal, continuent leur développement indifféremment sur un plan horizontal, dans la direction même dans laquelle elles ont été placées. On sait d'autre part que lorsqu'on fait germer, dans des conditions normales, une graine de Haricot par exemple, la radicule, en se développant, s'échappe par le micropyle, se recourbe et descend verticalement dans la terre. Si on la fait germer dans un pot renversé, la radicule, dans sa descente en suivant la direction de la pesanteur, émerge bientôt au dehors et sort de la terre. Lorsqu'on effectue cette germination sur un clinostat, on sait d'avance que la plantule va se développer dans le plan horizontal, mais l'on ne peut rien prévoir *a priori* sur la direction que la radicule doit prendre; on ignore en effet si elle va émerger à la surface ou si elle s'enfoncera dans la terre.

Or, ayant demandé à l'expérience la réponse à cette question, nous avons constaté que la racine, tout en se développant dans le plan horizontal, comme prévu, s'enfonce dans la terre, au lieu d'émerger au dehors et venir à la surface. L'action de la pesanteur ayant été supprimée par le mouvement de rotation du pot autour de son axe horizontal, on voit ainsi intervenir l'action d'un autre tropisme, celui qui est exercé par l'humidité du sol (hydrotropisme) dans la croissance de la racine. La réaction normale de cet organe au cours de son développement dans les conditions naturelles est par conséquent la résultante de ces deux tropismes.

Nos expériences ayant été faites dans un récipient cylindrique en verre transparent, si nous lui donnons une position horizontale immobile, la racine descend toujours verticalement et la tige se dirige vers le haut, contre la paroi supérieure; si on lui donne une position renversée, la radicule, en se développant, au lieu de suivre fidèlement la direction de la pesanteur et de sortir immédiatement au dehors, poursuit sa croissance pendant un certains temps dans le sens horizontal, avant de venir émerger au dehors, tandis que dans la position normale, la descente de la racine dans la profondeur de la terre a lieu d'une manière absolument verticale. Il se produit donc dans le premier cas une dissociation partielle entre les effets de ces deux genres de tropisme, et l'hydrotropisme, plus efficace à certains moments, empêche la radicule de quitter le sol en lui imposant une direction parallèle à la surface.

Lorsque le pot est placé dans une position horizontale, et qu'on le fait tourner autour de son axe, il arrive quelquefois que la radicule sorte de la terre et vienne à la surface. Si la radicule et l'axe hypocotylé parviennent à ne pas s'éloigner trop de la terre humide, la radicule s'incurve et s'enfonce de nouveau dans la terre, mais si l'axe hypocotyle se développe tellement que la radicule s'éloigne beaucoup de la terre, sa croissance s'arrête. D'autre part, les radicelles qui naissent sur la partie de la racine restée au dehors s'incurvent et s'orientent toutes vers la terre, au lieu de s'étaler autour de la racine dans toutes les directions, ainsi qu'elles le font lorsqu'elles poussent dans la terre.

Si on laisse germer la graine au fond du récipient transparent, donc dans un endroit où elle reçoit de la lumière, mais où les conditions de l'humidité sont également réparties dans toutes les directions, la radicule, au lieu de fuir la lumière et de s'enfoncer dans la terre, cette fois en sens inverse de celle qui a germé près de la surface, s'étend au contraire parallèlement à la paroi du récipient.

Il résulte de ces expériences que la racine obéit à un double tropisme, dont il est facile de dissocier les effets.

ENTOMOLOGIE. — *Les organes parastigmatiques des Hémiptères* Nabidæ. Note de M. **Jacques Carayon**, présentée par M. Louis Fage.

Il existe, chez beaucoup d'Hémiptères Hétéroptères, appartenant à la famille des *Nabidæ*, des organes tégumentaires, qui n'avaient pas été signalés jusqu'ici. Ce sont des formations paires, toujours situées à la face ventrale de l'abdomen (*fig.* 1), et près des stigmates, d'où le terme de *parastigmatiques* par lequel je les désigne.

Chacun de ces organes est essentiellement formé par un groupe de poils, insérés sur une zone tégumentaire plus ou moins différenciée, et généralement déprimée en fossette (*fig.* 2 et 5); les poils sont des macrotriches peu différents de ceux du tégument normal, mais plus serrés et convergeant les uns vers les autres; ils sont en grande partie plongés dans une sécrétion, coagulable par l'alcool, et qui apparaît nettement sur les coupes histologiques (*fig.* 3).

Les modifications de l'hypoderme au niveau de ces formations, faibles chez les insectes adultes, sont plus marquées pendant la période d'activité intense avoisinant la mue. On observe alors, à proximité des organes parastigmatiques, une accumulation d'œnocytes, particulièrement nombreux et volumineux; peut-être sont-ils, au moins indirectement, en rapport avec l'élaboration de la substance qui emplit ces organes.

Les deux plus importantes sous-familles : celle des *Nabinæ* et celle des *Prostemminæ*, diffèrent nettement par la situation de leurs formations parastigmatiques; la diversité qu'y présentent celles-ci, dans le détail, fournit d'intéressantes indications sur les affinités des genres.

La plupart des *Nabinæ* présentent, sur l'urite 7, une paire d'organes parastigmatiques bien différenciés et propres aux imagos (*fig.* 1 et 2). Aux stades larvaires, il existe sur les urites 4 à 6, trois paires de formations comparables, mais moins différenciées; celles-ci, après la mue imaginale, tantôt deviennent vestigiales (*Nabis*), tantôt se développent (*Himacerus*: *fig.* 4); parfois les imagos possèdent uniquement des formations de type larvaire (*Dolichonabis*).

Les *Prostemminæ* n'ont qu'une paire d'organes parastigmatiques, situés chez les imagos latéralement et au bord antérieur du troisième urite. Ce ne sont que deux groupes de macrotriches convergents chez les *Pagasa* (et les larves d'*Alleorhynchus*); mais chez les

imagos de *Prostemma*, et plus encore d'*Alleorhynchus*, ces groupes de poils s'insèrent dans des dépressions profondes repoussant devant elles le bord de l'urite 2 (*fig.* 5).

Le genre *Phorticus* parmi les *Prostemminæ*, les petits groupes des *Pachynominæ* et des *Gorpinæ* sont dépourvus de tels organes.

Je n'ai pas trouvé de formations comparables chez les *Reduviidæ*, ni chez les *Anthocoridæ*, familles considérées comme voisines des *Nabidæ*. Par contre

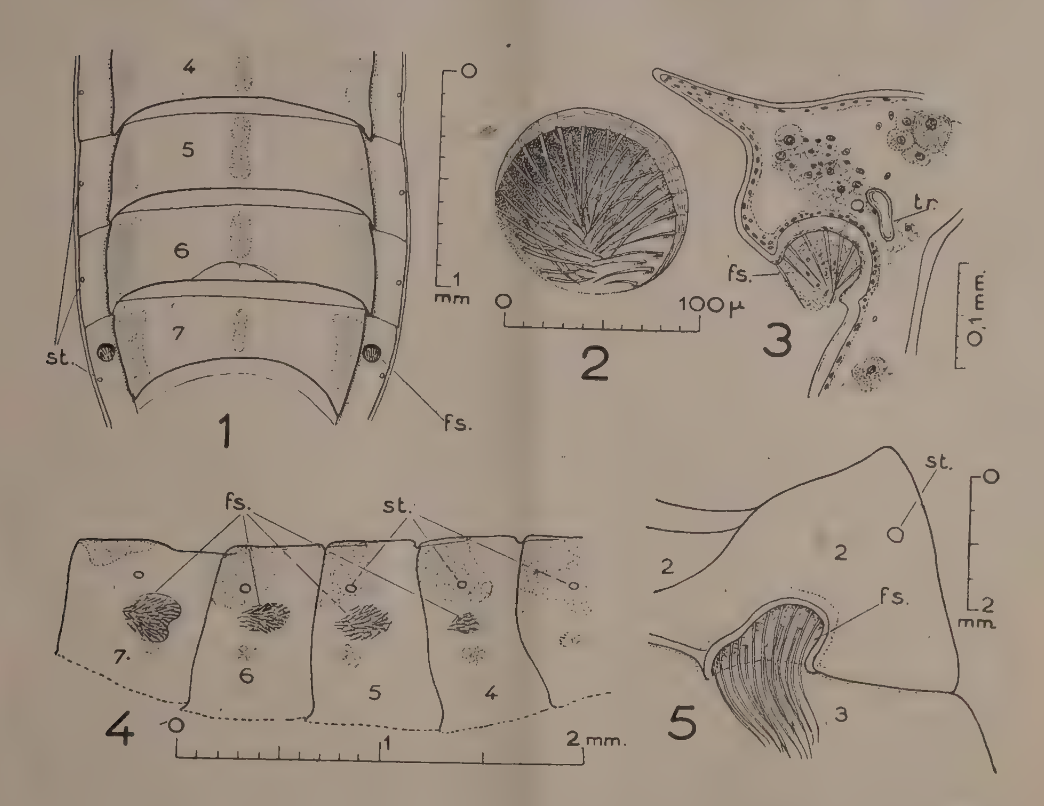


Fig. 1 à 3. *Nabis rugosus*, femelle. 1, face ventrale de l'abdomen; 2, fossette parastigmatique de l'urite 7; 3, la même dans une coupe transversale de l'abdomen. — Fig. 4. *Himacerus lativentris*, vue latérale de l'abdomen au stade imaginal. — Fig. 5. *Alleorhynchus flavipes*, mâle. Portion latérale de la région antérieure et ventrale de l'abdomen. *fs*, fossettes parastigmatiques; *st*, stigmates; *tr*, trachée stigmatique.

les organes sensoriels connus chez les Hydrocorises de la famille des *Nepidæ* ont une situation identique et, du moins chez les larves, une conformation proche de celle des fossettes des *Nabinæ*.

Les organes parastigmatiques des *Nabidæ*, pourvus de macrotriches articulés de type tactile, sont-ils des organes sensoriels d'un type particulier ? Leur destruction expérimentale, non suivie de modifications d'attitude ou de comportement (chez les *Nabis*) ne semble pas confirmer cette hypothèse.

D'après une autre interprétation, ces formations tégumentaires seraient des

organes odoriférants, ainsi que me l'a suggéré V. B. Wigglesworth [1]. Cette opinion s'accorde mieux avec des particularités du comportement, que j'ai observées chez des *Prostemminæ* (relèvement marqué de l'abdomen à l'approche d'un congénère, qui dirige alors ses antennes vers les organes parastigmatiques).

ENTOMOLOGIE. — *Le comportement reproducteur est indépendant de la présence des ovaires chez* Polistes (*Hyménoptères Vespides*). Note de M. **Édouard-Philippe Deleurance**, présentée par M. Louis Fage.

L'analyse causale du comportement reproducteur des *Polistes* nous a conduit à rechercher le rôle éventuel que pouvaient avoir les ovaires dans le déterminisme des activités maternelles. En juin 1948, nous avons à cet effet ovariectomisé un petit lot d'ouvrières de *P. bimaculatus* F., âgées de moins de 9 jours. La résection se faisait au niveau du pédicelle ovariolaire : toute la masse ovarienne et la quasi-totalité du filament terminal étaient enlevées. Une autopsie ultérieure servait de vérification.

Nous avons constaté que l'activité des sujets qui avaient survécu à la castration était normale. Le trouble apporté par l'opération était fugace ; dans certains cas la guêpe reprenait ses apports au nid moins de 48 heures après. Aucune modification de comportement ne permettait de reconnaître les castrats de leurs compagnes normales auxquelles ils étaient mélangés, date à laquelle nous avons sacrifié la dernière ouvrière du lot, même 45 jours après l'ovariectomie. Nous pouvons de ce fait déclarer que chez l'imago la présence des ovaires n'est pas nécessaire à l'activité reproductrice. *Non seulement l'ovaire n'est pas à l'origine de l'impulsion psychique de cette activité, mais encore son fonctionnement n'est pas lié physiologiquement au maintien de cette activité.* Cette constatation est en quelque sorte la démonstration expérimentale de ce que l'observation précédemment rapportée sur *l'indépendance de l'état ovarien et de la fondation du nid chez* Polistes, nous suggérait fortement. Nous constations alors, en effet, que des fondatrices, bien qu'ayant des ovaires totalement développés, restaient inactives.

Nous ne pensons pas que cette indépendance du comportement reproducteur par rapport aux ovaires soit particulière aux ouvrières d'Hyménoptères sociaux ; lesquelles ont déjà, par nature, des gonades peu développées. Nos observations sur les Hyménoptères Prédateurs et les Abeilles solitaires rendent probables l'extension de cette règle à ces derniers et peut-être même à bien d'autres groupes d'Insectes.

Ajoutons que la castration n'a pas semblé affecter la *Dominance* sociale. Or au cours de précédentes expériences sur l'éventuel rôle inhibiteur qu'elle exercerait sur les ovaires de la guêpe *subordonnée*, expériences négatives, nous

(1) Communication verbale.

avions conclu qu'il était fort probable qu'aucune relation de cause à effet n'existait entre la Dominance sociale et l'état ovarien. La présente Note confirmerait donc notre point de vue ([1]).

BIOLOGIE. — *Sur l'inhibition du développement des spicules chez la larve d'Oursin.* Note (*) de M. **Joseph Stolkowski**, présentée par M. Robert Courrier.

Benesch et ses collaborateurs ([1]) ont montré que certains sulfamidés à noyau non substitué inhibaient la calcification chez les Vertébrés en ralentissant l'action de l'anhydrase carbonique et de la phosphatase alcaline qui interviennent dans ce phénomène. Des résultats identiques ont été obtenus chez quelques invertébrés. En utilisant du benzène-sulfamide (inhibiteur partiel) j'ai pu retarder la régénération de la coquille chez les Hélix ([2]). E. Fauré-Frémiet, J. Stolkowski, J. Ducornet ([3]) ont étendu avec succès ces recherches au cas de l'Infusoire cilié *Coleps hirtus* (Nitzch) qui possède un tégument calcifié. Les larves d'Oursin, au développement si rapide, constituaient un matériel favorable pour une étude du même genre, et j'ai pu faire des élevages dans des solutions d'eau de mer contenant du benzène-sulfamide. Ces expériences ont été réalisées sur des larves de *Paracentrotus lividus* (Lamk) et d'*Arbacia æquituberculata* (Blainv.). Les témoins et les animaux traités étaient placés en grand nombre dans des tubes à essais, à une température moyenne de 17°. Les examens ont été faits en lumières naturelle et polarisée.

Une première série d'expériences, réalisée à des concentrations qui variaient (en normalité), de N/200 à N/800, sur des gastrulas, juste avant l'apparition du calcaire, mettait en évidence, d'une part l'existence d'un optimum d'action, pour ce stade, à N/400; d'autre part, l'inhibition très nette de la calcification. Pour des concentrations supérieures à N/400, le développement général est ralenti, et arrêté à N/200. Mais dans une solution de benzène-sulfamide N/400, les spicules des animaux traités n'apparaissent pas, restent à l'état embryonnaire sous forme de deux points ronds, calcifiés, placés symétriquement par rapport à l'axe de la gastrula, ou, dans les cas les plus défavorables, sous l'aspect de l'amorce triradiée caractéristique [(*Cf.* Marcel Prenant ([4])]. Pour les concentrations plus faibles, on obtient des gastrulas normales également,

---

([1]) Nos résultats semblent en désaccord avec ceux de L. Pardi (*Boll. dell' istit. Entom. Univ.*, Bologna, t. 18, 1946, p. 1.)

(*) Séance du 27 septembre 1948.

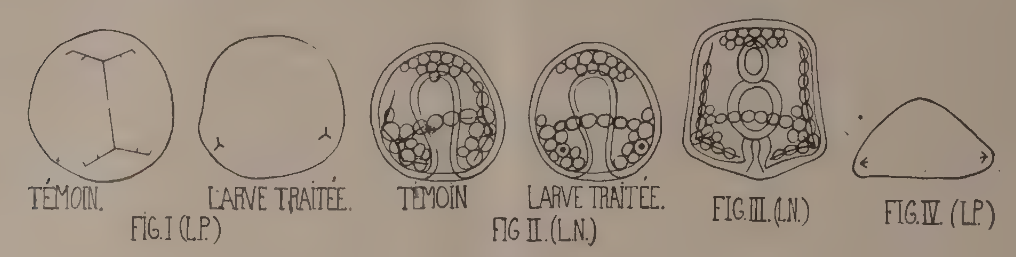
([1]) M. R. A. Chance et L. E. Glynn, *Nature*, 155, 1945, p. 203.

([2]) Travail non publié.

([3]) *Biochemica et Biophysica Acta* (sous presse).

([4]) *Bull. Biol. France et Belg.*, 60, 1926, p. 522-560

avec, en ce qui concerne les spicules, tous les stades intermédiaires entre les spicules normaux et ceux des larves traitées au benzène-sulfamide à N/400. Chez l'*Arbacia*, l'optimum est plus faible et varie à ce même stade, de N/400 à N/500. Cet optimum s'élève d'autre part avec le stade de développement.



Paracentrotus. 1. Inhibition réalisée juste à l'apparition du calcaire. Larves de 30 heures environ. (Lumière polarisée.) 2. Larves de 29 heures. Inhibition avant l'apparition du calcaire. (Lumière naturelle.) 3. Larve de 41 heures. Inhibition réalisée après formation des spicules triradiés. 4. *Arbacia*. Larve de 50 heures. Inhibition au stade blastula par B. S. à N/640, dose doublée à 33 heures. REM. Les figures correspondent aux exemples les moins favorables.

Les résultats obtenus nous permettent de distinguer deux phases : l'une qui va de l'apparition du calcaire à la formation des bras, et l'autre qui commence au moment où ces bras se différencient pour aboutir au pluteus. Dans la première partie on a des gastrulas normales, sauf en ce qui concerne la croissance des spicules. On remarque seulement dans quelques cas, la présence des deux ébauches triradiées en une autre position qu'à la base du mésenchyme primaire, quoique toujours sur le tractus mésenchymateux. Dans la seconde phase, le pluteus ne se forme pas : Soit qu'on parte de larves inhibées avant l'apparition des spicules, soit qu'on arrête le dépôt du calcaire après la formation des premières baguettes, la segmentation du tube digestif se fait régulièrement, mais les bras ne peuvent se former (*fig*. 3). Finalement (et c'est une conséquence facile à prévoir dans ces conditions), on trouve des anomalies : abondance de mésenchyme, contorsion des baguettes si elles existent, et plus rarement spicule surnuméraire non calcifié. Il semble donc que les bras ne puissent se développer sans leur support calcaire. Cette constatation, venant après les travaux de M. Prenant, de Bouxin ([5]), confirmerait les suppositions de Runnström ([6]) et d'Ubisch ([7]), et permettrait de dissiper l'incertitude qui règne encore à ce sujet.

Enfin, il convient de remarquer que J.-A. Thomas ([8]) ayant étudié l'action de divers sulfamides, azoïques et sulfonés, sur l'évolution de l'œuf d'Oursin

---

([5]) *C. R. Soc. Biol.*, 1926, p. 422-451.

([6]) *Arch. f. Entw. Mech.*, **124**, 1931, p. 273-297.

([7]) *Arch. f. Entw. Mech.*, **124**, 1931, p. 181-241.

([8]) *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 90; *C. R. Soc. Biol.*, **137**, n° 3-4, 1943, p. 73.

n'a rien signalé de semblable, et par conséquent l'action du benzène-sulfamide semble bien spécifique.

Il est donc souhaitable de poursuivre cette étude en profondeur, en s'attachant plus spécialement à détecter et à localiser la phosphatase et l'anhydrase carbonique.

BIOLOGIE. — *La « Climatisation » de la Termitière par ses habitants et le transport de l'eau.* Note de MM. **Pierre-P. Grassé** et **Charles Noirot**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les Termites possèdent des téguments minces qui laissent facilement s'évaporer l'eau des humeurs. Pour éviter une dessiccation fatale, ils doivent vivre dant une atmosphère humide (au minimum 50 % d'humidité relative) et ingérer de l'eau en nature qu'ils prennent, d'ordinaire, avec leurs aliments solides (bois, humus).

Les espèces souterraines se cantonnent aux niveaux où elles trouvent le degré hygrométrique leur convenant (preferendum hygrométriqne) et les suivent lorsqu'ils se déplacent sous l'influence de la sécheresse, des pluies, du rayonnement solaire.

La termitière réalise, d'ordinaire, un microclimat beaucoup moins sujet à varier que le climat général (70 à 98 % d'humidité relative). Mais, dans les pays à pluie rare ou à longue saison sèche, il arrive qu'elle se dessèche, et ses habitants, pour subsister, ont alors deux ressources : ou l'abandonner, ou l'humidifier. Les deux sont utilisées.

A la fin de la saison sèche, dans les savanes brûlées de la Guinée du Nord et de la Haute-Volta, les nids épigés de *Cubitermes* se vident à peu près complètement de leurs habitants, qui se réfugient, soit dans le socle souterrain et alvéolaire du nid, soit plus encore en profondeur.

Le deuxième procédé, de beaucoup le plus original, n'a pas été signalé jusqu'ici; il est cependant d'une pratique certaine. En voici des exemples.

Les *Psammotermes* du Sahara, bien que localisés à la steppe et au désert (erg, reg, etc.), n'en ont pas moins besoin d'eau. Ils se trouvent habituellement dans des zones où la terre conserve une certaine humidité en profondeur. Toutefois, nous les avons pris dans la petite oasis de Tit (Tidikelt), dans des dunes faites d'un sable impalpable et parfaitement sec. Ils y bâtissent, au ras du sol ou en profondeur, des constructions, dont la taille varie de celle du poing à celle d'un baril, creusées de chambres plates, à plancher horizontal. Le matériau utilisé est le sable aggloméré par de la salive; bien souvent, les *Psammotermes* l'additionnent d'argile qu'ils prennent en profondeur. Ces constructions, quoique incluses en plein sable sec et meuble, sont toujours humides quand elles sont habitées. Les plus peuplées sont même très humides, voire

mouillées et leur couleur tranche alors vivement sur le sol environnant. Sous les constructions, le sol est aussi très humide, et étant donné la puissance de l'évaporation dans la région de Tit, l'apport d'eau doit y être quasi constant. Remarquons que la zone de sable humide au-dessous des constructions n'a pas une grande épaisseur. En aucune manière, il n'y a continuité entre les zones humides de la surface et le sable mouillé qui se trouve au voisinage de la nappe aquifère; à $1^m,50$ de profondeur, la fouille rencontrait un sable parfaitement sec.

Après un examen très attentif des lieux, nous avons acquis la certitude que le Termite imbibe de lui-même son habitation et y entretient de la sorte une humidité convenable. Ne pouvant affirmer que le liquide rejeté est exclusivement de la salive, nous n'éliminons pas la possibilité de la régurgitation d'eau emmagasinée dans le jabot.

Quel que soit le liquide utilisé, il faut que le *Psammotermes* recherche l'eau; *or il ne peut la trouver qu'au niveau même de la nappe aquifère*, à plusieurs mètres au-dessous des dunes. Remarquons, en outre, que les aliments dont disposent les *Psammotermes* ne contiennent pratiquement pas d'eau libre.

Les Termites belliqueux (*Bellicositermes bellicosus*) de la région de Fort-Lamy fournissent un deuxième et indiscutable exemple d'imbibition du nid. A la fin de la saison sèche (mai), les nids épigés ont des régions tellement desséchées que la population les abandonne et que les meules à champignons y manquent; le sol argileux avoisinant la termitière est entièrement sec. Les zones du nid habitées, surtout les abords de la cellule royale, sont au contraire très humides, les parois et les lamelles argileuses sont ramollies par l'eau, au point d'être malléables entre les doigts. Terre et argile sont fortement humectées par les Termites, qui crachent leur salive ou régurgitent le contenu aqueux de leur jabot (1).

Dans la région de Bongor (Tchad), en fin de saison sèche, nous avons vu les ouvriers de *Cyclotermes magdalenæ* (n. sp.) agrandissant leurs termitières. Les parois de celles-ci étant très sèches, avant de bâtir sur elles ou contre elles, ils arrosaient de gouttes hyalines (salive ou eau pure?) les zones sur lesquelles ils allaient édifier. Le rejet de liquide était abondant au point de ramollir les parois. Les chemins suivis par les colonnes de travailleurs étaient aussi copieusement arrosés.

En conclusion, les Termites usent de deux procédés pour subvenir à leurs besoins en eau : 1° prise d'aliments plus ou moins aqueux; 2° absorption d'eau en nature. Placés dans un milieu dont le degré hygrométrique est inférieur à celui qui leur convient, ils obvient à cet inconvénient en imbibant d'eau la terre environnante, ou leurs propres constructions. Cette *climatisation* de la termi-

(1) L'un de nous (Grassé, *Ann. Soc. ent. France*, 1937) a signalé que les *B. natalensis* mouillent fortement la sciure de bois qu'ils entassent dans leur habitacle.

tière, qui existe dans diverses espèces, semble manquer dans d'autres. Elle rappelle la régulation thermique pratiquée, dans leurs nids, par les Abeilles sociales, et aussi l'arrosage du couvain auquel recourent les Guêpes en période de grande sécheresse. Ajoutons que les Termites sont capables de descendre très profondément sous terre pour atteindre les zones mouillées et même la nappe phréatique (cas certain des *Psammotermes*).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Synthèse et dégradation des substances choliniques végétales*. Note de (*) M. **Gaston Ducet**, présentée par M. Maurice Javillier.

J'ai étudié (chez Soja, Marronnier, Pois) l'évolution des substances choliniques. La *choline hydrosoluble combinée* montre un rapport choline/phosphore et une vitesse d'hydrolyse qui permettent de l'identifier à la glycérophosphorylcholine, signalée par E. Kahane et J. Lévy chez les animaux, et isolée par G. Schmidt (¹) de l'autolysat de pancréas. Nous l'avons rencontrée dans tous les végétaux étudiés. La *choline non hydrosoluble* doit être identifiée à la choline des lécithines, car elle est totalement extractible par les solvants des graisses et la sphingomyéline n'a pas été, jusqu'ici, isolée des végétaux supérieurs.

Les graines sont relativement riches en choline hydrosoluble, tandis que les racines, tiges, feuilles, bourgeons, renferment surtout de la choline lécithinique. Ainsi les bourgeons de Marronnier renferment $7^{mg},20$ de choline hydrosoluble et 32^{mg} de choline lécithinique pour 100^{g} de matière fraîche, tandis que les feuilles âgées contiennent seulement $1^{mg},80$ de choline hydrosoluble et 24^{mg} de choline lécithinique. 10 jeunes plantes de Soja à la 2ᵉ feuille contiennent $1^{mg},80$ de choline hydrosoluble et $5^{mg},75$ de choline lipidique, tandis que 10 plantes à la 10ᵉ feuille ont $6^{mg},5$ de choline hydrosoluble et 131^{mg} de choline lécithinique. 100^{g} de graines de Soja contiennent 150^{mg} de choline hydrosoluble et 100^{mg} de choline lipidique; 100^{g} de graines de Pois renferment $41^{mg},5$ de choline hydrosoluble et 72^{mg} de choline lécithinique.

Les végétaux contiennent donc plus de choline lécithinique que de choline hydrosoluble. Ces résultats sont en contradiction avec ceux de Klein et Linser (²), qui, chez des végétaux analogues, trouvent de fortes quantités de *choline libre* et peu de choline lécithinique. La méthode employée par ces auteurs est peu spécifique, mais ceci n'explique pas ces divergences. Pour trouver une explication, il faut rappeler que Chibnall et Channon (³) isolèrent, des feuilles de Chou, des phospholipides dépourvus d'azote, les acides phos-

(*) Séance du 18 octobre 1948.

(¹) G. Schmidt, B. Hershman et S. J. Thanhauser, *J. Biol. Chem.*, **161**, 1945, p. 523-531.

(²) *Biochem., Ztschr.*, **250**, 1932, p. 220-253; **260**, 1933, p. 215-225.

(³) *Biochem., J.*, **21**, p. 233.

phatidiques. Ces corps furent signalés dans de nombreuses plantes et considérés comme caractéristiques du règne végétal. Cependant, Hanahan et Chaikoff [4] ont montré que l'extraction, de végétaux préalablement tués à la vapeur d'eau, donne des phosphatides azotés et seulement des traces d'acides phosphatidiques. Ils ont alors mis en évidence dans la Carotte, puis dans le Chou, des diastases qui dégradent les lécithines avec libération de choline et d'acides phosphatidiques. Ces derniers corps seraient donc des produits de dégradation.

Nous avons retrouvé des phénomènes analogues : tous les végétaux (Soja, Pois, Pomme de terre, Blé, Marronnier, Érable) renferment des lécithinases qui libèrent non seulement de la choline, mais de la choline hydrosoluble combinée. La simple dessiccation à l'air déclenche le phénomène qu'il est facile de suivre en dosant la choline hydrosoluble. Ainsi la teneur en choline hydrosoluble pour 100^{g} de feuilles de Marronnier passe de 4 à 25^{mg},7 par simple dessiccation de 48 heures à la température ordinaire. La teneur en choline de jeunes plants de Soja (2e feuille) desséchés 24 heures passe de 4,5 à 24^{mg},9 de choline hydrosoluble, tandis qu'il n'y a plus que des traces des 19^{mg},6 de choline lécithinique initiale. La présence de lécithinases, qui semble générale chez les végétaux, explique donc les divergences entre nos résultats et ceux de Klein et Linser.

La *synthèse de la choline* paraît se produire exclusivement dans les organes en voie de croissance rapide. Nous l'avons vérifié en expérimentant sur deux séries de 20 plantes jeunes semblables en pleine terre, au moment de la formation de la troisième feuille du Soja. Un lot n° 1 a été effeuillé, en ne conservant que le bourgeon terminal, et les première et deuxième feuilles ont été analysées. Sur le lot n° 2 les bourgeons seuls on été prélevés et analysés. Après 8 jours de croissance, les bourgeons du lot n° 1 et les première et deuxième feuilles du lot n° 2 ont été analysés. (Tableau I).

Tableau I.

	Bourgeons.			1re et 2e feuilles.		
	Poids frais. (g).	Matière sèche. (g).	Choline totale (mg).	Poids frais (g).	Matière sèche (g).	Choline totale (mg).
26 juin......	2,220	0,650	1,70	46,400	11,100	15,20
3 juillet....	8,100	1,600	3,05	74,800	16,500	15,60

La teneur en choline des bourgeons augmente ainsi de 1,70 à 3^{mg},05, tandis qu'elle est restée stationnaire (15,20 et 15,60) dans les feuilles. Nous avons vérifié que la synthèse s'était faite sous forme de lécithine, le taux de choline hydrosoluble n'ayant pas varié.

Dans d'autres essais, la dégradation des lécithines a été provoquée par un

(4) *J. Biol. Chem.*, **172**, 1948, p. 191; **168**, 1947, p. 233; **169**, 1947, p. 699.

léger fanage de 4 à 8 heures à la température ordinaire, puis les plantes ont été placées dans l'eau et analysées 24 à 48 heures après reprise de la turgescence. L'expérience réussit seulement avec des plantes jeunes (stade feuille cotylédonaire et première feuille, Soja, variété Rouest 71) (tableau II).

TABLEAU II.

		Choline (en mg pour 10 plantes).			
Stade.	Opération.	h. t.	h. c.	libre.	lip.
1re feuille......	4h de dessiccation	2,53	0,98	1,62	2,0
	48 reprise dans l'eau	1,66	0,71	0,89	2,78
2e »	6h de fanage	2,28	0,38	1,84	4,82
	48 reprise dans l'eau	[illegible]80	0,12	1,66	5,76

Ces deux derniers essais montrent que la choline libre et la choline hydrosoluble combinées disparaissent partiellement quand la plante, reprenant sa turgescence, peut continuer à se développer. De même, dans l'étude du développement des bourgeons de Marronnier, la formation des feuilles correspond à une disparition des formes hydrosolubles de la choline. Le rapport choline. hydr. comb./choline hydr. tot. passe de 0,5 dans le bourgeon à 0,2 dans la feuille jeune. Nous pensons donc que la glycérophosphorylcholine est un terme intermédiaire de la synthèse des lécithines à partir de la choline libre.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Couplage oxydo-réducteur des deux réactions : fumarate → oxaloacétate et hydroxylamine → ammoniac. Synthèse d'acide aspartique à partir de fumarate et d'hydroxylamine par* Clostridium saccharobutyricum GR_4. Note (*) de M. **Georges N. Cohen** et Mme **Germaine Cohen-Bazire**, présentée par M. Maurice Javillier.

Virtanen [1] considère l'hydroxylamine comme le produit primaire de la fixation de l'azote atmosphérique par les bactéries des nodosités des légumineuses. Burris et Wilson [2] pensent que c'est l'ammoniac qui se forme primitivement et considèrent que les preuves de Virtanen sont insuffisantes. Nowak et Wilson [3] insistent sur la toxicité de l'hydroxylamine. Virtanen et Laine [4] pensent que l'hydroxylamine se fixe sur l'acide oxaloacétique et que

(*) Séance du 18 octobre 1948.

(1) *Biological Reviews*, **22**, 1947 p. 239.

(2) *Ann. Rev. Biochem.*, **14**, 1945, p. 685; *J. Bact.*, **52**, 1946, p. 505; *Bact. Rev.*, **11**, 1947, p. 41.

(3) *J. Bact.*, **55**, 1948, p. 517.

(4) *Bioch. Journ.*, **33**, 1939, p. 412.

l'acide oximinosuccinique résultant est ensuite réduit en acide aspartique. D'autre part, Mc Coy et al. ([5]) ont montré que *Cl. acetobutylicum* fixe l'azote atmosphérique, sans préciser ni suggérer un mécanisme pour cette fixation. Il nous a dès lors paru intéressant de rechercher si les bactéries butyriques peuvent effectuer la synthèse de l'acide aspartique à partir d'hydroxylamine et de diacides en C_4.

Le tableau ci-dessous résume quelques-unes de nos expériences : Suspensions lavées de *Cl. saccharobutyricum* GR_4 obtenues à partir de cultures de 18 heures. Tubes scellés sous vide contenant dans un volume total de 20^{cm^3} : sels de diacides : 4000 micromoles; NH_2OH, HCl neutralisé : 4000 micromoles; quantité de suspension correspondant à 8^{mg} d'azote bactérien au total. Durée de l'incubation : 24 heures. $T^o = 37^oC.$; $pH = 7$. Les valeurs correspondant à l'ammoniac ont été défalquées.

Expériences.	Ammoniac (micromoles).
1. Fumarate	0
Hydroxylamine	0
Fumarate + Hydroxylamine	1850
2. Fumarate	0
Oxaloacétate	0
Hydroxylamine	0
Fumarate + hydroxylamine	1800
Oxaloacétate + hydroxylamine	960
3. Fumarate	0
Oxaloacétate	0
Malate	0
Fumarate + hydroxylamine	1600
Oxaloacétate + hydroxylamine	1040
Malate + hydroxylamine	0

Comme on le voit, l'hydroxylamine est transformée en ammoniac en présence de fumarate ou d'oxaloacétate. Le malate est inactif. Nous avons donné par ailleurs ([6]) des preuves qui montrent que la souche utilisée ne fermente pas le (fumarate via le malate) mais qu'il y a une transformation directe fumarate → oxaloacétate. D'autre part, nous avons également montré que cette même souche désamine parfaitement l'acide aspartique ([7]). Il suffisait donc de démontrer l'existence de ce dernier, même à l'état de traces, pour expliquer la transformation hydroxylamine → ammoniac par l'intermédiaire de l'oxime oxaloacétique et de l'acide aspartique. Nous avons détecté cet acide animé et lui seul par chromatographie sur papier filtre avec le phénol comme solvant, selon Consden, Gordon et Martin ([8]), sans concentration préalable des mélanges réactionnels :

([5]) *Journ. inf. Dis.*, 39, 1926, p. 457.

([6]) G. N. Cohen et G. Cohen-Bazire, (sous presse).

([7]) G. N. Cohen, M. Raynaud, G. Cohen-Bazire et B. Nisman, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 29, 1947, p. 644.

([8]) *Bioch. Journ.*, 38, 1944, p. 244.

	Rf
Fumarate + hydroxylamine	0,11
Oxaloacétate + hydroxylamine	0,10
Malate + hydroxylamine	–
Témoin aspartate	0,12
Fumarate	
Oxaloacétate	–
Malate	–
Suspension seule	–

La suite de réactions suivante peut expliquer ces phénomènes dans le cas de la réaction fumarate-hydroxylamine

(a) $HOOC-CH=CH-COOH + H_2O \rightarrow HOOC-CO-CH_2-COOH + H_2$,

(b) $HOOC-CO-CH_2-COOH + NH_2OH \rightarrow HOOC-C(=NOH)-CH_2-COOH + H_2O$,

(c) $HOOC-C(=NOH)-CH_2-COOH + 4H \rightarrow HOOC-CH(-NH_2)-CH_2-COOH + H_2O$,

(d) $HOOC-CH(-NH_2)-CH_2-COOH + H_2O \rightarrow HOOC-CO-CH_2-COOH + NH_3 + H_2$.

La somme de ces réactions se ramène à

(e) $\begin{cases} HOOC-CH=CH-COOH + H_2O \rightarrow HOOC-CO-CH_2-COOH + H_2, \\ NH_2OH + H_2 \rightarrow NH_3 + H_2O. \end{cases}$

Dans le cas de la réaction oxaloacétate-hydroxylamine, une source d'hydrogène supplémentaire est nécessaire à la réduction de l'oxime oxaloacétique. Elle peut être trouvée dans la réaction

$$CH_3-CO-COOH + H_2O \rightarrow CH_3-COOH + CO_2 + H_2,$$

(le pyruvate provenant de la décarboxylation de l'oxaloacétate). Cette réaction fournit moins d'ammoniac que la réaction fumarate-hydroxylamine.

Nos résultats semblent différer de ceux de Jacobsohn et Soares (9) qui observaient avec les suspensions de *E. coli* une fixation directe de l'hydroxylamine sur la double liaison du fumarate avec synthèse d'acide hydroxyaspartique. Woods (10) avait montré que l'hydroxylamine était un intermédiaire possible de la réduction des nitrates en ammoniac par l'hydrogène moléculaire sous l'influence des suspensions de *Welchia perfringens*. La réduction : hydroxylamine → ammoniac réalisée par *Cl. saccharobutyricum* concuremment avec l'oxydation : fumarate → oxaloacétate indique que les conceptions de Virtanen et celles de Burris et Wilson ne sont pas obligatoirement incompatibles.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h45m. L. B.

---

(9) *Enzymologia*, **1**, 1936, p. 183.
(10) *Bioch. Journ.*, **32**, 1938, p. 2000.

ERRATA.

(Séance du 10 décembre 1947.)

Note de M. *Marc Krasner*, Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : anneau principal : lois d'unicité, d'ordination, d'existence (forme provisoire), d'isomorphisme et de décomposition; loi de monodromie :

Page 1114, ligne 4, *au lieu de* que K/k soit galoisienne et $K/\overline{K}$ soit cyclique, *lire* que $K/\overline{K}$ soit cyclique.

(Séance du 16 février 1948.)

Note de M. *Marc Krasner*, Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : conséquences de la loi de monodromie; résumé de la théorie locale :

Page 536, ligne 36, *au lieu de* qu'on puisse trouver un polynome, *lire* que, pour tout polynome; ligne 37, *au lieu de* K et un $g(x)$, *lire* K, il existe un $g(x)$.

(Séance du 12 avril 1948.)

Note de M. *Marc Krasner*, Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : *f*-extensions; conducteurs :

Page 1233, ligne 15, *au lieu de* $-\operatorname{Log}\alpha_1(f_{\alpha_{\mathfrak{p}/\bar{k}}}, f_{\beta_{\mathfrak{p}/\bar{k}}})$, *lire* $-\operatorname{Log} d_1(f_{\alpha_{\mathfrak{p}/\bar{k}}}, f_{\beta_{\mathfrak{p}/\bar{k}}})$.

(Séance du 19 mai 1948.)

Note de M. *Marc Krasner*, Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : forme définitive de la loi d'existence :

Page 1656, ligne 28, *au lieu de* $\mathfrak{C} \| \mathfrak{f}_{K'/k}$, *lire* $\mathfrak{f}_{K'/k} \| \mathfrak{C}$.

(Séance du 28 juin 1948.)

Note de M. *Gustave Guillaumin*, Sur la Géométrie intégrale du contour gauche :

Page 32, ligne 28 et page 110, ligne 16, *au lieu de* Eugène, *lire* Émile;
» » Note (1), *au lieu de* p. 171, *lire* p. 1564.

Note de MM. *Max Geloso* et *Jacques Faucherre*, Sur l'hydrolyse du nitrate de plomb :

Page 200, ligne 9, *au lieu de*

$$n A^{z+} + p H_2O \rightleftharpoons \mathfrak{A}_n^{y+} + H^+, \quad \textit{lire} \quad n A^{z+} + p H_2O \rightleftharpoons \mathfrak{A}_n^{y+} + q H^+.$$